

# НЕЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

**Л. Ф. Петров**

Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова,  
Москва, Россия

В статье показаны отличия рассматриваемых моделей от моделей в области точных наук. Анализируются причины, по которым для математических моделей экономических и социальных систем не достигается количественное соответствие результатов моделирования показателям реальных процессов. Обсуждается качественная общность нелинейных эффектов в математических моделях и реальных процессах в естественно-научных, экономических и социальных системах. Показывается, что неустранимая неопределенность поведения экономических и социальных систем и связанная с этой неопределенностью хаотическая составляющая являются неотъемлемой чертой эволюции сложной системы. Для простых естественно-научных систем хаотическое поведение является одной из возможных форм динамического процесса наряду с детерминированным поведением. Для сложных систем хаотическая составляющая является доминирующей. Автором обосновывается невозможность и нецелесообразность детализации и формализации функционирования экономических и социальных систем выше определенного уровня. Показано влияние качества исходных данных на результаты моделирования систем различного уровня сложности. Предлагается использование концепции странного аттрактора для обоснования глубины планирования и отчетности в экономических и социальных системах. Обсуждаются вопросы самоорганизации и глубины прогнозирования для сложных систем. Информация рассматривается как инструмент управления экономическими и социальными системами. Анализируются перспективные варианты развития математического моделирования экономических и социальных систем.

*Ключевые слова:* хаотическое поведение, странный аттрактор, качественные и количественные результаты моделирования, степень детализации данных.

# NON-LINEAR MODELS IN ECONOMIC AND SOCIAL RESEARCH

**Lev F. Petrov**

Plekhanov Russian University of Economics,  
Moscow, Russia

The article shows differences of presented models from models used in exact science. It analyzes the reasons why for mathematic models of economic and social systems we cannot reach the quantitative correlation of modeling results with indicators of real processes. The article discusses the qualitative identity of non-linear effects in mathematic models and real processes in natural scientific, economic and social systems. Irremovable uncertainty of economic and social system behavior and connected with this uncertainty chaotic component were shown as an integral feature of complicated system evolution. For simple natural scientific systems chaotic behavior is only one of possible forms of the dynamic process in line with determined behavior. For complicated systems a chaotic component is dominating. The author explains the impossibility and inefficiency of detailing and formalizing of economic and social system functioning above a certain level. The impact of initial data quality on results of modeling systems with different level of complexity was shown. The author proposes to use the concept of the strange attractor for substantiating the depth of planning and reporting in economic and social systems. Issues of self-organization and depth of forecasting for complicated system are studied. This information is considered to be a tool for managing economic and social systems. Promising variants of developing mathematic modeling in economic and social systems are analyzed.

*Keywords:* chaotic behavior, strange attractor, qualitative and quantitative results of modeling, degree of data detailing.

Математическое моделирование в области экономических и социальных исследований исторически связано с разработанной ранее методологией математического моделирования в области точных наук. Первые математические модели поведения сложных систем на основе принципов моделирования более простых систем в рамках концепции механицизма не могли отразить реальные количественные закономерности поведения экономических и социальных систем. Это объясняется кардинальными отличиями базисных закономерностей поведения сложных систем от поведения простых систем. Обоснованная критика концепции механицизма послужила стимулом для продолжения разработки математических моделей поведения экономических и социальных систем. При этом стало учитываться взаимное проникновение, взаимное дополнение, сочетание, взаимодействие различных направлений математического моделирования – прикладной и вычислительной математики, кибернетики, физики, биологии, синергетики, теории катастроф, экономико-математических методов, методов социальных исследований. Появилось новое научное направление – эконофизика.

Первый всероссийский конгресс по эконофизике прошел в Москве в 2009 г [4]. За рубежом это направление активно развивается с конца 1990-х гг.

Первые результаты по включению нелинейных зависимостей в математические модели были получены в области точных наук. При этом были исследованы разнообразные нелинейные эффекты, которые с количественной точностью совпадают с результатами натурных экспериментов.

В дальнейшем появились многочисленные исследования, в которых разработанные в области точных наук концепции, методологии, подходы, математические модели, алгоритмы, программное обеспечение стали использоваться в областях финансовых отношений, экономики, социума и даже политики [2; 3; 5; 6; 12–15; 18]. При

этом наблюдаются качественные аналогии в результатах моделирования и реальных эффектах в динамике сложных систем, но количественное совпадение и возможность точного прогнозирования поведения сложных систем не достигнуты и вряд ли это возможно. Это объясняется гораздо большей долей неопределенности в поведении сложных систем по сравнению с простыми системами.

Наблюдающиеся в экономических и социально-экономических системах нетривиальные нелинейные эффекты – сложная зависимость экономических показателей от внутренних и внешних факторов, кризисы, хаос, революции – качественно отражаются в нелинейных моделях динамики, синергетики, теории катастроф [1; 17; 18]. В нелинейных математических моделях реализуется объединение подходов, разработанных в области естественно-научных, экономических и социально-экономических исследований.

Результаты математического моделирования экономических и социальных систем с использованием нелинейных моделей в большинстве случаев имеют качественный характер. В то же время использование сопоставимых математических моделей для естественно-научных дисциплин позволяет получить количественное совпадение результатов моделирования с реальными данными.

Для естественно-научных систем построены нелинейные математические модели, которые с приемлемой точностью позволяют получить количественные данные, включающие возможное проявление сложных нелинейных эффектов – потерю статической и динамической устойчивости, бифуркации решений, переход к хаосу, странный аттрактор. Результаты моделирования для таких систем подтверждаются натурными экспериментами.

Следует отметить, что сложные неочевидные нелинейные эффекты достоверно определяются в математических моделях и количественно подтверждаются экспериментами в относительно простых есте-

ственно-научных системах и соответствующих моделях. Однако такая количественная точность не достигается в математических моделях экономических и социальных систем.

Существует объединяющая естественно-научные, экономические и социальные системы закономерность – общность нелинейных качественных эффектов.

Выделим некоторые из них:

- экономический кризис, рассматриваемый как результат потери устойчивости предшествующего тренда;
- потеря устойчивости упорядоченного состояния, переход к хаосу и обратный переход, включающий зарождение и развитие другого упорядоченного (устойчивого) состояния;
- обобщенная диссипация, негативно влияющая на экономику и социальные процессы;
- другие нелинейные эффекты, реально наблюдаемые в экономических и социальных системах.

Цикличность экономических показателей можно рассматривать как процесс автоколебаний и (или) вынужденных колебаний при периодическом изменении условий (налоговом периоде, климатических циклах и т. д.). На качественном уровне обсуждаемые эффекты соответствуют результатам математического моделирования.

Рассмотрим основные причины, не позволяющие получить количественное совпадение результатов моделирования и реальных результирующих данных для экономических и социальных систем:

1. *Неустраняемая неопределенность поведения экономических и социальных систем и связанная с этой неопределенностью хаотическая составляющая в динамике подобных систем.*

Хаотическая компонента является неотъемлемой чертой эволюции сложной системы. Для простых динамических систем в области точных наук хаотическое поведение является одной из возможных форм динамического процесса наряду с

детерминированным поведением. Для сложных динамических систем хаотическая составляющая является доминирующей. Из хаотического многообразия реализаций поведения системы зарождаются новые направления развития. Часть из них оказывается неустойчивой и не реализуется, другая часть формирует новые устойчивые тенденции развития. Попытки искусственного устранения неопределенности и хаоса в динамике сложной системы неизбежно приводят к деградации и застою. В отсутствие хаотической динамики сложная система лишается самой возможности появления новых прогрессивных вариантов развития. Сказанное относится ко всем сложным системам, в том числе к экономическим и социальным.

С точки зрения моделей финансовой и экономической динамики неустраняемая неопределенность означает невозможность (и нецелесообразность) детализации и формализации функционирования экономики выше определенного уровня. Это находит свое отражение в ряде положений. Например, налоги для физических лиц рассчитываются с точностью до одного рубля, отчетность кредитных организаций представляется в тысячах рублей. На уровне здравого смысла законодатели признали и приняли бессмысленность чрезмерной детализации, хотя с технической точки зрения в приведенных примерах легко реализовать точность представления финансовой информации без округлений. В системах автоматизации финансового учета всегда реализуется полное представление информации с точностью до копейки. Существуют специальные алгоритмы для устранения возникающих погрешностей округления. Современные технологии предоставляют новые возможности по автоматизации расчетов, например, идентификацию пользователя по лицу и/или голосу.

В отличие от моделей финансовых потоков в экономике представление данных имеет более значительную степень неопределенности и связанные с ней хаоти-

ческие реализации. Неопределенность в экономических показателях связана с климатом, изменениями технологий, административным и политическим влиянием. Имеет место и теневая составляющая экономики, хотя она сокращается в связи с административным влиянием и расширением безналичной формы расчетов. Математические модели экономических процессов могут в какой-то степени отразить хаотическую составляющую экономических процессов, которая является неотъемлемой неустранимой частью самого процесса развития.

В области социальных отношений происходит кардинальное изменение возможностей в области построения математических моделей. Словосочетание «спрятаться в толпе» становится анахронизмом. Технологии больших данных, искусственного интеллекта и распознавания образов позволяют учесть параметры и предпочтения каждого человека. Эти технологии уже реализованы и активно используются при формировании рекламных предложений, ориентированных на конкретного потребителя. Возникла новая возможность реализовать в модели точное представление данных в социальной системе, поведение которой имеет значительную долю хаотической составляющей. При этом реализуются два варианта. Первый из них – точное определение элемента среды (человека) и его предпочтений и поведения по данным геолокации, видеокамер, постам и страницам в социальных сетях, запросам в поисковых системах, информации гаджетов, принадлежащих человеку. Эта возможность уже используется для поиска людей и их предпочтений. Второй вариант использования новых технологий сбора и обработки данных в области социальных отношений – сбор, обработка и хранение больших объемов информации о большом количестве людей. При этом возможно противоречие между технической возможностью собрать, обработать и хранить конкретную информацию и хаотическим нерегулярным характером социального

процесса. Например, сейчас от преподавателей требуется фиксировать присутствие студентов на занятиях в автоматизированной системе учета. Более того, технически возможно автоматически учесть присутствие студентов на занятиях в аудиториях с видеокамерами, используя технологии идентификации личности по лицу. Формально эти данные можно использовать для формирования рейтинговой ведомости. Реальное участие присутствующего студента в учебном процессе при этом совершенно не отражается. Новые технические возможности позволили достичь высокой степени детерминированности процессов, которые являются стохастическими по своей природе. Но при этом возникло противоречие: данные абсолютно точные и достоверные, но неприменимы к реальному учету результата (в приведенном примере – к участию студента в процессе обучения).

Уже давно подобное противоречие возникает при попытках формализовать учет количества времени, затрачиваемого на научную работу. Существуют нормы времени на написание статей, монографий и другие виды научных исследований. Совершенно очевидно, что это трудноформализуемый процесс с большой долей нерегулярной составляющей. Тем не менее упомянутые нормы существуют и где-то применяются.

Цифровизация наукометрических систем и попытки оценивать работу научных работников и преподавателей по формальным количественным признакам привели к погоне именно за цифровыми показателями в ущерб научному содержанию работ. Появился рынок платных публикаций в журналах соответствующего уровня. Возникло противоречие между формальной возможностью оцифровать творческий неформализуемый процесс научной работы и стохастическим характером появления реально новой научной продукции.

С точки зрения представления динамического процесса в фазовом пространстве

хаос даже в детерминированной системе реализуется в ограниченной области странного аттрактора. При этом траектории внутри области аттрактора имеют нерегулярный стохастический характер, поэтому точное предсказание дальнейшего динамического процесса невозможно.

Планирование и отчетность – простейшие формы математического моделирования в области экономических и социальных наук. Естественно, нельзя полностью отказаться от планирования и количественного учета в сложной системе, ориентируясь только на стохастическую реализацию процесса, но уровень детализации не может быть чрезмерно подробным. Сложная система начинает игнорировать и отторгать такое влияние чрезмерно детального управления. Как это реализовано в области науки и высшего образования – знают все инсайдеры этих отраслей. Реальные процессы идут естественным образом, свойственным науке и образованию. Планирование и отчетность реализуются параллельно, оказывая некоторое влияние на реальные процессы. Это влияние можно трактовать как сведение траекторий в фазовом пространстве в область странного аттрактора, а внутри этой области процессы имеют стохастическую составляющую. Планирование и отчетность о затраченном времени на написание научных работ и подготовку учебных материалов не могут с количественной точностью отражать реальные трудозатраты. Компромисс может достигаться за счет реализации известного принципа «Строгость... законов смягчается необязательностью их исполнения».

Возможно возникновение нежелательной реакции – система начинает игнорировать или пытаться игнорировать адекватные формы планирования и отчетности. Избежать этого можно разумным уровнем глубины планирования и отчетности, использованием адекватных математических моделей, учитывающих хаотическую составляющую процесса. С точки зрения нелинейной динамики планирование и отчетность должны включать только

границы области странного аттрактора, а не конкретную реализацию процесса внутри этой области. К сожалению, это разграничение часто нарушается и наблюдаются бессмысленные попытки планировать четкие количественные характеристики стохастического процесса, которые не могут быть точно реализованы на практике, а потом требовать от исполнителей отчетности по выполнению этих планов.

Итак, первая причина отсутствия полного количественного совпадения между результатами моделирования и реальными данными динамики экономических и социальных систем – неустранимая неопределенность состояния таких систем и попытки применить для моделирования подобных систем чрезмерно точные методы, не учитывающие хаотическую составляющую поведения таких систем.

## *2. Самоорганизация в экономических и социальных системах.*

Феномен самоорганизации – возникновения упорядоченных структур из хаотической организации – может служить механизмом достижения компромисса между чрезмерно детализированным планированием и отчетностью и стохастической составляющей поведения системы [11]. Возникло новое научное направление – синергетика, т. е. теория самоорганизующихся систем [7; 10]. В условиях самоорганизации наличие или отсутствие регламентирующих административных документов слабо влияет на реальные процессы. Бизнесмены сами формируют необходимые им планы с учетом неопределенности и рисков ведения бизнеса, сдают необходимый для продолжения работы минимум отчетности. Внешнее планирование и внешняя отчетность во многих случаях требуют излишней детализации, не согласующейся со стохастическим характером экономической и социальной среды.

## *3. Невозможность прогнозирования на длительный период точного состояния экономической и социальной системы.*

Для нелинейных математических моделей динамики известна сильная зависи-

мость решения от начальных условий. Если такие модели используются для прогнозирования поведения сложных экономических и социальных систем, то малые отклонения состояния системы в какой-то момент времени могут вызвать кардинальные отклонения через конечное время. Этот феномен известен как эффект бабочки. Он определяет бессмысленность детального планирования состояния сложной социальной и экономической системы на относительно длительный отрезок времени. Например, время для подготовки диссертации занимает несколько лет, тема формально утверждается в начале работы. За время работы над диссертацией появляются новые данные, требующие уточнения формулировки темы. Поэтому в приведенном примере целесообразно использовать в начале работы не точную формулировку темы, а общее направление исследований. Это соответствует выделению области аттрактора в математической модели. А внутри этой области (направления исследований) состояние системы (исследования) будет конкретизироваться в соответствии с законами динамики сложной системы (по мере выполнения работы).

Аналогично долгосрочные прогнозы в области метеорологии, экономики, социума бессмысленны. Если на горизонте планирования не произойдут кардинальные изменения поведения системы за счет катастрофических явлений (метеорологические катастрофы, кризисы в экономике, смена общественных отношений в социуме), то даже за счет эффекта бабочки детальное планирование и прогнозирование бессмысленны. Планируется только область аттрактора, внутри которой будет реализовываться процесс, но не конкретные параметры процесса.

#### 4. Нечеткая связь между управляющими воздействиями и реакцией системы.

Экономические и социальные системы характеризуются нечеткой связью между управляющими воздействиями и реакцией системы. В. С. Черномырдин сформулиро-

вал это известной фразой: «Хотели как лучше, а получилось как всегда». Дж. Форрестер сформулировал это положение следующим образом: «Сложным системам свойственны специфические ответные реакции – в этом причина частых неудач и провалов попыток, предпринимаемых с целью улучшения поведения системы» [16].

Дж. Форрестер выделяет следующие свойства сложных систем [16]:

- 1) контринтуитивные;
- 2) нечувствительные к изменениям многих параметров системы;
- 3) резистентные к административным новшествам – сложные системы сопротивляются большинству административных мероприятий. Даже в том случае, когда в системе производится значительное изменение, ее поведение часто остается без изменения. Причина заключается в природе сложных систем, противоречащей интуиции, и нечувствительности их к изменению параметров;
- 4) содержат точки влияния в неожиданных местах, которые являются причиной изменения – сложная система содержит несколько точек, к изменению которых ее поведение чувствительно. Изменение административного воздействия в одной из таких точек оказывает давление на всю систему, и ее поведение изменяется во всех направлениях. Эти параметры и структурные изменения, к которым система чувствительна, обычно не самоочевидны.

#### 5. Качество исходных данных для математической модели.

Исходные данные для моделей естественно-научных и технических систем отличаются высоким качеством, точность данных определяется свойствами исходной системы. Например, в машиностроении существует направление «Допуски и посадки», определяющее точность представления информации в модели и допустимую погрешность изготовления деталей.

Исходные данные для экономических и социальных исследований менее точны. Доля теневой экономики оценивается раз-

ными авторами по-разному, неоднозначно оценивается качество информации переписи населения 2020–2021 гг. Эти данные используются для моделирования экономических и социальных процессов, и уже до начала моделирования низкое качество исходных данных не позволяет рассчитывать на получение количественного совпадения результатов моделирования и параметров реальных процессов.

6. *Информация – инструмент управления экономическими и социальными системами.*

Технические, естественно-научные, метеорологические системы не подвержены внешнему информационному влиянию и развиваются в соответствии с объективными законами. При моделировании экономических и социальных систем приходится учитывать дополнительный реальный инструмент внешнего управления – информационное воздействие. Например, финансовые индикаторы четко реагируют даже на устные высказывания авторитетных в данной области чиновников. В социальных системах в дополнение к методам воздействия через средства массовой информации появился поток разнородной информации, передаваемой через социальные сети. Низкокачественная информация, дезинформация, фейки стали инструментом информационного влияния на экономические и социальные системы. Этот феномен еще недостаточно исследован и включен в математические модели поведения экономики и социума.

Информационные внешние воздействия на экономические и социальные системы являются одной из причин того, что

нелинейные математические модели технических и естественно-научных систем способны с количественной точностью учесть сложное поведение системы-прототипа вплоть до режима катастроф, а для экономических и социальных дисциплин такие модели отражают качественные, но не количественные особенности поведения. Например, математические модели экономики, за которые присуждены Нобелевские премии, не гарантируют позитивный финансовый результат.

7. *Уровень сложности экономических и социальных систем и соответствующих математических моделей.*

Основная причина отсутствия количественного уровня точности при моделировании экономических и социальных систем включает в себя все перечисленные выше причины: более высокий уровень сложности экономической и социальной системы по сравнению с естественно-научными и техническими системами, значимая роль человеческого фактора, который сложно учесть при построении модели, низкое качество исходных данных и количественных параметров модели экономических и социальных систем. Один из возможных путей развития математического моделирования экономических и социальных систем – дополнение традиционных методов математического и численного исследования алгоритмами искусственного интеллекта, анализа больших данных, интерактивными компьютерными реализациями и интеллектуальными возможностями человека.

### Список литературы

1. Арнольд В. И. Теория катастроф. – М. : Едиториал УРСС, 2007.
2. Бородкин Л. И. Нелинейная динамика неустойчивых социально-политических процессов. – URL: <https://www.civisbook.ru/files/File/Borodkin.pdf>
3. Бреер В. В., Новиков Д. А., Рогаткин А. Д. Управление толпой: математические модели порогового коллективного поведения. – М. : ИПУ РАН, 2016.
4. Всероссийский конгресс по экономфизике // Экономика и математические методы. – 2010. – № 1 (46). – С. 133–136.

5. Занг В.-Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории / пер. с англ. Н. В. Островской; под ред. В. В. Лебедева, В. Н. Разжевайкина. – М. : Мир, 1999.
6. Интеллектуальный анализ динамики бизнес-систем / под ред. Н. М. Абдикеева, Л. Ф. Петрова, Н. П. Тихомирова. – М. : Инфра-М, 2010.
7. Капица С. П., Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г. Синергетика и прогнозы будущего. – М. : Едиториал УРСС, 2003.
8. Картвелишвили В. М., Мазуров М. Е., Петров Л. Ф. Прикладные системно-динамические модели. Теория и практика. – М. : ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г. В. Плеханова», 2018.
9. Кондратьев Н. Д. Проблемы экономической динамики. – М. : Экономика, 1989.
10. Малинецкий Г. Г. Математические основы синергетики: хаос, структуры, вычислительный эксперимент. – М. : Изд-во ЛКИ, 2007.
11. Милованов В. П. Синергетика и самоорганизация. Экономика. Биофизика. – М. : Едиториал УРСС, 2005.
12. Нелинейная динамика в когнитивных исследованиях : труды IV Всероссийской конференции. – Н. Новгород, ИПФ РАН, 2015.
13. Петров Л. Ф. Методы нелинейной динамики как инструменты управления экономической эффективностью // Эффективное антикризисное управление. – 2011. – № 2. – С. 58–67.
14. Петров Л. Ф. Эффекты нелинейной динамики в системе высшего образования // Высшее образование в России: вызовы времени и взгляд в будущее : монография / под общ. ред. Р. М. Нижегородцева, С. Д. Резника. – М. : Инфра-М, 2020.
15. Полунин Ю. А., Тимофеев И. Н. Нелинейные политические процессы. – М. : МГИМО-Университет, 2009.
16. Форрестер Дж. Мировая динамика. – М. : АСТ, 2003.
17. Petrov L. F. Control of Dynamical Regimes of Systems with Deterministic Chaos // Proceeding of 2nd International Conference “Optimization and applications” (OPTIMA-2011). – Petrovac, Montenegro, 2011. – P. 175–177.
18. Petrov L. F. Nonlinear Effects in Economic Dynamic Models // Nonlinear Analysis. – 2009. – Vol. 71 (12). – P. e2366–e2371.

## References

1. Arnold V. I. Teoriya katastrof [The Theory of Disasters]. Moscow, Editorial URSS, 2007. (In Russ.).
2. Borodkin L. I. Nelineynaya dinamika neustoychivyykh sotsialno-politicheskikh protsessov [Non-Linear Dynamic of Unsustainable Social and Political Processes]. (In Russ.). Available at: <https://www.civisbook.ru/files/File/Borodkin.pdf>
3. Breer V. V., Novikov D. A., Rogatkin A. D. Upravlenie tolpy: matematicheskie modeli porogovogo kollektivnogo povedeniya [Controlling the Crowd: Mathematic Methods of Threshold Collective Behavior]. Moscow, IPU RAN, 2016. (In Russ.).
4. Vserossiyskiy kongress po ekonofizike [All-Russian Congress on Econophysics]. *Ekonomika i matematicheskie metody* [Economics and Mathematic Methods], 2010, No. 1 (46), pp. 133–136. (In Russ.).
5. Zang V.-B. Sinergeticheskaya ekonomika. Vremya i peremeny v nelineynoy ekonomicheskoy teorii [Synergy Economics. Time and Changes in Non-Linear Economic Theory], translated from English by N. V. Ostrovskaya; edited by V. V. Lebedev, V. N. Razzhevaykin. Moscow, Mir, 1999. (In Russ.).



6. Intellektualnyy analiz dinamiki biznes-sistem [Intellectual Analysis of Business-System Dynamics], edited by N. M. Abdikeev, L. F. Petrov, N. P. Tikhomirov. Moscow, Infra-M, 2010. (In Russ.).
7. Kapitsa S. P., Kurdyumov S. P., Malinetskiy G. G. Sinergetika i prognozy budushchego [Synergetic and Forecasts of the Future]. Moscow, Editorial URSS, 2003. (In Russ.).
8. Kartvelishvili V. M., Mazurov M. E., Petrov L. F. Prikladnye sistemno-dinamicheskie modeli. Teoriya i praktika [Applied Systematic-Dynamic Models. Theory and Practice]. Moscow, FGBOU VO «REU im. G. V. Plekhanova», 2018. (In Russ.).
9. Kondratev N. D. Problemy ekonomicheskoy dinamiki [Problems of Economic Dynamics]. Moscow, Ekonomika, 1989. (In Russ.).
10. Malinetskiy G. G. Matematicheskie osnovy sinergetiki: khaos, struktury, vychislitelnyy eksperiment [Mathematic Foundation of Synergetic: Chaos, Structures, Computing Experiment]. Moscow, Publishing house LKI, 2007. (In Russ.).
11. Milovanov V. P. Sinergetika i samoorganizatsiya. Ekonomika. Biofizika [Synergetic and Self-Organization. Economics. Biophysics]. Moscow, Editorial URSS, 2005. (In Russ.).
12. Nelineynaya dinamika v kognitivnykh issledovaniyakh: trudy IV Vserossiyskoy konferentsii [Non-linear Dynamics in Cognitive Research: works of the 4th All-Russian Conference]. N. Novgorod, IPF RAN, 2015. (In Russ.).
13. Petrov L. F. Metody nelineynoy dinamiki kak instrumenty upravleniya ekonomicheskoy effektivnostyu [Methods of non-Linear Dynamics as Tools of Managing Economic Efficiency]. *Effektivnoe antikrizisnoe upravlenie* [Efficient Crisis Management], 2011, No. 2, pp. 58–67. (In Russ.).
14. Petrov L. F. Effekty nelineynoy dinamiki v sisteme vysshego obrazovaniya [Effects of Non-Linear Dynamics in the System of Higher Education]. *Vysshee obrazovanie v Rossii: vyzovy vremeni i vzglyad v budushchee, monografiya* [Higher Education in Russia: Challenges of Time and View to the Future: monograph], edited by R. M. Nizhegorodtsev, S. D. Reznik. Moscow, Infra-M, 2020. (In Russ.).
15. Polunin Yu. A., Timofeev I. N. Nelineynye politicheskie protsessy [Non-Linear Political Processes]. Moscow, MGIMO-Universitet, 2009. (In Russ.).
16. Forrester Dzh. Mirovaya dinamika [Global Dynamics]. Moscow, AST, 2003. (In Russ.).
17. Petrov L. F. Control of Dynamical Regimes of Systems with Deterministic Chaos. *Proceeding of 2nd International Conference "Optimization and applications" (OPTIMA-2011)*. Petrovac, Montenegro, 2011, pp. 175–177.
18. Petrov L. F. Nonlinear Effects in Economic Dynamic Models. *Nonlinear Analysis*, 2009, Vol. 71 (12), pp. e2366–e2371.

## Сведения об авторе

### Лев Федорович Петров

доктор технических наук,  
кандидат физико-математических наук,  
профессор кафедры  
математических методов в экономике  
РЭУ им. Г. В. Плеханова.  
Адрес: ФГБОУ ВО «Российский экономический  
университет имени Г. В. Плеханова»,  
117997, Москва, Стремянный пер., д. 36.  
E-mail: Petrov.LF@rea.ru

## Information about the author

### Lev F. Petrov

Doctor of Engineering Sciences,  
PhD, Professor of the Department  
for Mathematical Methods in Economics  
of the PRUE.  
Address: Plekhanov Russian University  
of Economics, 36 Stremyanny Lane,  
Moscow, 117997,  
Russian Federation.  
E-mail: Petrov.LF@rea.ru