

## ПРИМЕНЕНИЕ ЛОГИКИ ЛЖИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ДЕТЕЙ

### **Максименко Марианна Николаевна**

кандидат физико-математических наук, доктор информатики Руанского Университета (Франция), доцент кафедры высшей математики РЭУ им. Г. В. Плеханова.

Адрес: ФГБОУ ВО «Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова», 117997, Москва, Стремянный пер., д. 36.

E-mail: marynmax@mail.ru

### **Мирзаханян Рузан Эдуардовна**

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики РЭУ им. Г. В. Плеханова.

Адрес: ФГБОУ ВО «Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова», 117997, Москва, Стремянный пер., д. 36.

E-mail: Mirzakhanyan.RE@rea.ru

### **Мушруб Владимир Александрович**

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математических методов в экономике РЭУ им. Г. В. Плеханова.

Адрес: ФГБОУ ВО «Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова», 117997, Москва, Стремянный пер., д. 36.

E-mail: mushrub@yandex.ru

Неклассические логики получили развитие в математике в конце XIX – начале XX в. Одним из примеров неклассической логики является логика лжи. В статье на основе анализа стадий психического развития детей, проведенного известным швейцарским психологом и философом Ж. Пиаже, строится логика лжи и рассматриваются различные аспекты ее применения в педагогической теории и практике. Исходя из личного педагогического опыта авторов обосновывается положение о том, что люди, находящиеся на одной стадии своего развития, проявляют схожие общие формы познавательных способностей. Авторами проводится сравнительный анализ классической логики истины и логики лжи с точки зрения математической логики.

*Ключевые слова:* образование, педагогика, развитие интеллекта, мышление, логика лжи, логика истины, импликация, антиимпликация.

## THE USE OF LIE LOGIC IN THE PROCESS OF TEACHING CHILDREN

### **Maksimenko, Marianna N.**

PhD, Doctor Information Science of the Rouen University (France), Assistant Professor of the Department for Higher Mathematics of the PRUE.

Address: Plekhanov Russian University of Economics, 36 Stremyanny Lane, Moscow, 117997, Russian Federation.

E-mail: marynmax@mail.ru.

### **Mirzakhanyan, Rouzan E.**

PhD, Assistant Professor of the Department for Higher Mathematics of the PRUE.

Address: Plekhanov Russian University of Economics, 36 Stremyanny Lane, Moscow, 117997, Russian Federation.

E-mail: Mirzakhanyan.RE@rea.ru

### **Mushrub, Vladimir A.**

PhD, Assistant Professor of the Department for Mathematical Methods in Economics of the PRUE.

Address: Plekhanov Russian University of Economics, 36 Stremyanny Lane, Moscow, 117997, Russian Federation.

E-mail: mushrub@yandex.ru

Neo-classical logic was developed in mathematics in the late 19th - early 20th century. One example of neo-classic logic is lie logic. The article on the basis of analyzing the stages of psychical development of children carried out by J. Piaget, a prominent Swiss psychologist and philosopher builds lie logic and discusses different aspects of its use in pedagogic theory and practice. On the basis of their personal pedagogical experience the authors substantiate the idea that people at the same stage of development demonstrate similar forms of cognitive abilities. They also conduct comparative analysis of classical truth logic and lie logic from the point of view of mathematic logic.

*Keywords:* education, pedagogic, intellect development, thinking, lie logic, truth logic, implication, anti-implication.

Мысль ребенка эгоцентрична, то есть ребенок думает для самого себя, не заботясь ни о том, чтобы быть понятым окружающими, ни о том, чтобы стать на точку зрения другого.  
*Жан Вильям Фриц Пиаже*

**И**звестный швейцарский психолог и философ, создатель теории когнитивного развития Ж. Пиаже интересовался вопросами развития интеллекта и формирования логики у детей в процессе взросления. Становление интеллекта рассматривалось им как стержневая линия психического развития ребенка, от которой зависят все другие психические процессы.

Молодой Пиаже, работая в лаборатории Т. Симона, уделял большое внимание речи детей-дошкольников, особенно его интересовали повторяющиеся ошибки в ответах на тестовые вопросы. В условиях детского сада было проведено исследование, в котором наблюдатели систематически фиксировали все высказывания и сопутствующие действия детей во время свободной деятельности (рисования, лепки или игры). Помогая обрабатывать результаты

IQ-теста, Пиаже заметил, что маленькие дети постоянно дают неправильные ответы на некоторые вопросы. Однако он фокусировал внимание не столько на неправильных ответах, сколько на том, что дети одного возраста совершают одинаковые ошибки, которые несвойственны старшим людям. Это наблюдение привело Пиаже к теории, что мысли и когнитивные процессы, свойственные детям, существенно отличаются от таковых, свойственных взрослым. В дальнейшем он создал общую теорию стадий развития, утверждающую, что люди, находящиеся в одной стадии своего развития, проявляют схожие общие формы познавательных способностей.

Согласно позиции Ж. Пиаже, освоение какого-либо конкретного навыка не меняет общий уровень развития ребенка и способностей адаптации к окружающей его действительности.

вительности. Он подчеркивал, что ребенка можно научить знаниям, выходящим за пределы его возраста, но они не будут существенно влиять на детское развитие до тех пор, пока не изменится вся структура его интеллекта.

По мнению Л. С. Выготского, самое существенное состоит в том, что Пиаже отказался от позиции, что ребенок глупее взрослого, что его мышление по сравнению с интеллектом взрослого имеет количественные изъяны, и впервые поставил задачу исследования качественного своеобразия детского мышления.

Применяя структурный метод к анализу ранних стадий психического развития [1], Ж. Пиаже выделил в развитии интеллекта четыре стадии и показал, что четвертая, завершающая стадия есть стадия овладения операциями над высказываниями. По его мнению, стадия овладения пропозициональной логикой сменяет предшествующую стадию овладения конкретными операциями – операциями над конкретными объектами. Именно в работах Ж. Пиаже впервые появилось понятие логики лжи.

Для стадии формальных операций в основе группировки лежит абелева группа 4-го порядка с элементами  $N, R, D, I$ , представляющими собой следующие преобразования булевых функций:  $N$  – отрицание функции;  $R$  – реципрокация функции;  $D$  – дуализация функции;  $I$  – тождественное преобразование функции [1; 2].

Логика лжи может быть рассмотрена как антипод традиционной логики истины. Нас как математиков заинтересовало,

как строится логика лжи, а как преподавателей – как она может применяться в педагогической теории и практике.

### Основные определения

В качестве определения формулы логики истины возьмем классическое индуктивное определение [11].

Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  – система высказывательных переменных.

I. Любая высказывательная переменная является формулой.

II. Если  $F$  и  $G$  суть формулы, то  $(\neg F)$ ,  $(F \& G)$ ,  $(F \vee G)$ ,  $(F \supset G)$ ,  $(F \leftrightarrow G)$  – суть формулы.

III. Других формул нет.

Напомним, что используемые в определении операции называются отрицанием, конъюнкцией, дизъюнкцией, импликацией и эквиваленцией соответственно.

В определении формулы логики лжи заменим импликацию на обратную антиимпликацию, а все остальные операции оставим без изменения.

Тогда определение формулы логики лжи будет иметь другой вид.

Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  – система высказывательных переменных.

I. Любая высказывательная переменная является формулой.

II. Если  $F$  и  $G$  суть формулы, то  $(\neg F)$ ,  $(F \& G)$ ,  $(F \vee G)$ ,  $(F \not\supset G)$ ,  $(F \leftrightarrow G)$  – суть формулы.

III. Других формул нет.

Приведем таблицу истинности некоторых логических операций [10]:

$F$	$G$	$F \supset G$ (импликация)	$F \not\supset G$ (антиимпликация)	$F \subset G$ (обратная импликация)	$F \not\subset G$ (обратная антиимпликация)
0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0

Таблицы истинности других операций напоминать не будем, полагая, что они общеизвестны.

### Основные законы логики

Сформулируем основные законы эквивалентности классической логики – логики

истины, а параллельно сформулируем двойственные им законы, это и будут законы логики лжи.

*Определение.* Формулы  $F$  и  $G$  называются эквивалентными (равносильными) тогда и только тогда, когда  $F \leftrightarrow G$  является ТИ-высказыванием. Данное бинарное отно-

шение над формулами действительно является отношением эквивалентности, так как удовлетворяет условиям рефлексивности, симметричности и транзитивности [4]. Тогда по теореме о разбиении, порожденном отношением эквивалентности [4], все формулы логики высказываний можно разбить на классы эквивалентности. Каждой формуле  $F$  соответствует класс эквивалентности, обозначаемый  $[F]$ . Любая формула класса эквивалентности  $[F]$  называется представителем этого класса.

*Теорема о подстановке.* Если  $H_1$  – некоторая подформула формулы  $F$ , и  $H_2$  – формула, эквивалентная  $H_1$ , то формула, полученная заменой  $H_1$  на  $H_2$  в формуле  $F$ , равносильна  $F$ .

Среди всевозможных эквивалентностей принято выделять основные, называемые 20 законами логики. Приведем их в таблице: левый столбец [11] относится к логике истины, а правый, составленный нами, – к логике лжи:

1) $\neg\neg F$ и $F$	Закон двойного отрицания	1) $\neg\neg F$ и $F$
2) $F \& G$ и $G \& F$	Законы коммутативности	2) $F \vee G$ и $G \vee F$
3) $F \vee G$ и $G \vee F$		3) $F \& G$ и $G \& F$
4) $F \& (G \& H)$ и $(F \& G) \& H$	Законы ассоциативности	4) $F \vee (G \vee H)$ и $(F \vee G) \vee H$
5) $F \vee (G \vee H)$ и $(F \vee G) \vee H$		5) $F \& (G \& H)$ и $(F \& G) \& H$
6) $F \& (G \vee H)$ и $(F \& G) \vee (F \& H)$	Законы дистрибутивности	6) $F \vee (G \& H)$ и $(F \vee G) \& (F \vee H)$
7) $F \vee (G \& H)$ и $(F \vee G) \& (F \vee H)$		7) $F \& (G \vee H)$ и $(F \& G) \vee (F \& H)$
8) $\neg(F \& G)$ и $\neg F \vee \neg G$	Законы де Моргана	8) $\neg(F \vee G)$ и $\neg F \& \neg G$
9) $\neg(F \vee G)$ и $\neg F \& \neg G$		9) $\neg(F \& G)$ и $\neg F \vee \neg G$
10) $F \& 1$ и $F$	Законы поглощения	10) $F \vee 1$ и $1$
11) $F \vee 1$ и $1$		11) $F \& 1$ и $F$
12) $F \& 0$ и $0$		12) $F \vee 0$ и $F$
13) $F \vee 0$ и $F$		13) $F \& 0$ и $0$
14) $F \& F$ и $F$		14) $F \vee F$ и $F$
15) $F \vee F$ и $F$		15) $F \& F$ и $F$
16) $(F \supset G)$ и $(\neg F \vee G)$	Определение и свойства импликации (слева) и обратной антиимпликации (справа)	16) $(F \not\supset G)$ и $(\neg F \& G)$
17) $(F \supset G)$ и $(\neg G \supset \neg F)$		17) $(F \not\supset G)$ и $(\neg G \not\supset \neg F)$
18) $(F \leftrightarrow G)$ и $((F \supset G) \& (G \supset F))$	Определение и свойства эквиваленции	18) $(F \leftrightarrow G)$ и $((\neg F \not\supset G) \vee (G \not\supset \neg F))$
19) $(F \leftrightarrow G)$ и $((\neg F \vee G) \& (\neg G \vee F))$		19) $(F \leftrightarrow G)$ и $((\neg F \vee G) \& (\neg G \vee F))$
20) $(F \leftrightarrow G)$ и $((F \& G) \vee (\neg G \& \neg F))$		20) $(F \leftrightarrow G)$ и $((F \& G) \vee (\neg G \& \neg F))$

Согласно теореме о подстановке мы можем заменять подформулы эквивалентными их формулами, пользуясь вышеприведенной таблицей, и получать формулы логики лжи. Покажем, какое влияние на педагогику могут оказывать постулаты логики лжи.

### Применение логики лжи в педагогике

Ж. Пиаже утверждал, что в процессе обучения логика индивида меняется от логики лжи к логике истины. Таким образом, процесс обучения может быть рассмотрен как процесс перехода мышления человека от логики лжи к логике истины.

В образовательной среде разработано много уникальных методик обучения, использующих инновационные технологии с

применением методики междисциплинарного подхода. На позиции Ж. Пиаже начали разрабатываться образовательные практики. Так, например, при разработке программ по математике стали учитывать тот факт, что на неоперациональном уровне дети могут рассматривать одновременно только одно свойство, а на уровне конкретных операций – учитывать особенности двух свойств объекта. Поэтому программа по математике для дошкольников строится таким образом, чтобы дети сравнивали объекты по какому-либо одному параметру. Ученый подчеркивал, что обучение должно происходить в соответствии со структурой интеллекта ребенка, а не логикой предмета.

Основные вопросы, поставленные в работах Пиаже: особенности детской логики; происхождение и развитие интеллекта у ребенка; способы и пути формирования фундаментальных физических и математических представлений и понятий (таких как объект, пространство, время, причинность, случайность); развитие восприятия, памяти, воображения, игры, подражания, речи и их функций в процессе познания – нашли применение в педагогике, особенно в преподавании дисциплин естественно-научного цикла и математики. В качестве примера можно привести использование материальных объектов, объединение, сравнение и противопоставление конкретных предметов (например, кубиков и стержней различных форм и размеров) для обучения 5–7-летних детей.

Среди трудов современных авторов нам бы хотелось отметить работы А. В. Крылова. В частности, в статье «Отличия человеческой логики от математической логики» [5] он развивает идеи Ж. Пиаже, но при этом одна из них нам представляется весьма спорной. Автор считает, что в любом случае человеческая логика отлична от математической логики, ссылаясь на Эванса, который в 1989 г. пришел к выводу, что люди плохо владеют основным правилом вывода *Modus Ponens*, хотя, по мнению того же автора, человек в своих рассуждениях использует индуктивный и дедуктивный методы. Но в обычной жизни мы часто применяем понятия «логично – нелогично», а в юриспруденции и законы, и их применение на практике строятся по законам пропозициональной логики истины.

А. В. Крылов делает обзор работ второй половины XX в., в которых были найдены отличия человеческой логики здравого смысла от математической. Автор считает, что если сравнивать двух индивидуумов с различным уровнем образования, то индивид, получивший лучшее образование, находится в своих рассуждениях ближе к логике истины, чем другой индивид. С этим мы согласны, хотя, конечно, кроме образования на логику рассуждений влияют и

другие факторы, например врожденный интеллект, психическое состояние индивидуума, да иногда и просто усталость или, напротив, хорошее самочувствие.

В процессе преподавания студентам дискретной математики и математической логики мы сделали следующее наблюдение: студенты второго курса намного лучше осваивают материал, чем студенты первого курса. При этом студенты, изучающие эту дисциплину на первом курсе, могут быть потенциально сильнее тех, кто изучает ее на втором курсе. Авторы пришли к выводу, что процесс формирования «взрослой логики», т. е. усвоения пропозициональной логики истины, заканчивается именно к 18 годам. Мы также считаем целесообразным знакомить студентов с неклассическими логиками, а факультативно – и с логикой лжи. Это, с одной стороны, будет способствовать формированию у студентов логического рассуждения, а с другой – позволит им развивать новые направления в науке, такие как теория нечетких множеств [3] или что-то принципиально новое.

Если посмотреть на правило вывода классической логики, то оно задает однозначный вывод, в то время как правило антивывода, описанное в работе [2], предполагает различные выводы, которые могут быть заданы деревом выводов.

Напомним правило вывода (*Modus Ponens*): из формул  $F, F \supset G$  выводима формула  $G$ . Правило антивывода формулируется следующим образом: из формул  $F, F \not\supset G$  антивыводима формула  $G$ .

Учителя геометрии знают, что при решении одной задачи во время контрольной работы школьники получают разные ответы, но число возможных неправильных ответов ограничено. На практике учитель часто замечает, что при получении одного ошибочного ответа ошибка была сделана в одном определенном месте, а при получении другого ошибочного ответа – в другом, но тоже определенном месте. Причем именно в геометрии сделанные учащимися ошибки обычно обусловлены нарушением логики. Поэтому, с нашей точки зрения,

геометрия больше, чем другие школьные дисциплины, развивает логику мышления и способствует эффективному переходу от логики лжи к логике истины. Таким образом, непрерывно возрастающие требования общества к качеству образования определяют необходимость существенного обновления образовательного процесса [6].

#### Список литературы

1. Бирюков Б. В. Системная сложность интеллекта и теоретико-групповой подход (опыт обобщения модели логики интеллекта Ж. Пиаже) // Общая теория систем и интеграция знаний : материалы семинара. – М., 1976.
2. Бирюков Б. В., Бирюкова Л. Г. Группа операций над натуральными пропозициональными истинностными и ложностными исчислениями и вопрос о «единстве» мышления // Логика и методология науки. Логика. К XV Всемирному конгрессу философов. – М., 1973.
3. Вахрушева А. Ю., Горемыкина Г. И., Щукина Н. А. Методология оценки воздействия макросреды на функционирование вуза в условиях неопределенности // РИСК: Ресурсы, Информация, Снабжение, Конкуренция. – 2017. – № 1. – С. 140–145.
4. Ерохина Т. А., Локуцкий В. О., Максименко М. Н., Шеметкова О. Л. Дискретная математика // Известия Российского экономического университета имени Г. В. Плеханова : электронный научный журнал. – 2012. – № 2 (7).
5. Крылов А. К. Отличия человеческой логики от математической логики // V Международная научно-практическая конференция «Интегрированные модели и мягкие вычисления в искусственном интеллекте» : сборник научных трудов : в 2 т. – М. : Физматлит, 2009. – Т. 2. – С. 941–949.
6. Мирзаханян Р. Э. Применение современных научно-педагогических технологий при подготовке студентов по дисциплине «Дискретная математика» // Актуальные вопросы обеспечения образовательной и научной деятельности в университете. – М. : ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г. В. Плеханова», 2016. – С. 35–38.
7. Мочалина Е. П., Иванкова Г. В., Маслякова И. Н., Татарников О. В. Совместное оценивание уровня подготовки и сложности задания // Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство : труды Международной научной конференции. Горис (Армения), 28 сентября – 2 октября 2015 г. – М., 2015. – С. 147–157.
8. Пиаже Ж. В. Моральное суждение у ребенка. – М. : Академический проект, 2006. – (Серия «Психологические технологии»).
9. Филиппова Н. В., Быканова О. А. Представительские лекции о финансовой грамотности как часть профориентационной работы // Сборники конференций НИЦ «Социосфера». – 2016. – № 38. – С. 146–151.
10. Черч А. Введение в математическую логику. – Т. 1. – М. : Издательство иностранной литературы, 1960.
11. Эдельман С. Л. Математическая логика. – М. : Высшая школа, 1975.
12. Evans J. St. B. T. Bias in Human Reasoning. – Hillsdale, NJ : Erlbaum, 1989.
13. Simon H. A. A Behavioral Model of Rational Choice // Models of Man, Social and Rational: Mathematical Essays on Rational Human Behavior in a Social Setting. – New York : Wiley, 1957.

#### References

1. Biryukov B. V. Sistemnaya slozhnost' intellekta i teoretiko-gruppovoy podkhod (opyt obobshcheniya modeli logiki intellekta Zh. Piazhe) [The System Complexity of Intellect and Theoretical and Group Approach (the Experience of Summing-up the Model of Intellect Logic

by J. Piaget)]. *Obshchaya teoriya sistem i integratsiya znaniy, materialy seminara* [The General Theory of Systems and Knowledge Integration, seminar materials]. Moscow, 1976. (In Russ.).

2. Biryukov B. V., Biryukova L. G. Gruppy operatsiy nad natural'nymi propozitsional'nymi istinnostnymi i lozhnostnymi ischisleniyami i vopros o «edinstve» myshleniya [Group of Operation over Natural Propositional Truthful and False Calculations and the Issue of 'Common' Thinking]. *Logika i metodologiya nauki. Logika. K XV Vsemirnomu kongressu filosofov* [Logic and Methodology of Science. Logic. To the 15th World Congress of Philosophers]. Moscow, 1973. (In Russ.).

3. Vakhrusheva A. Yu., Goremykina G. I., Shchukina N. A. Metodologiya otsenki vozdeystviya makrosredy na funkcionirovanie vuza v usloviyakh neopredelennosti [Methodology of Assessing the Impact of Macro-Environment on University Functioning in Conditions of Uncertainty]. *RISK: Resursy, Informatciya, Snabzhenie, Konkurentciya* [RISC: Resources, Information, Supply, Competition], 2017, No. 1, pp. 140–145. (In Russ.).

4. Erokhina T. A., Lokutcievskiy V. O., Maksimenko M. N., Shemetkova O. L. Diskretnaya matematika [Discrete Mathematics]. *Izvestiya Rossiyskogo ekonomicheskogo universiteta imeni G. V. Plekhanova, elektronnyy nauchnyy zhurnal* [Izvestiya of the Plehanov Russian University of Economics, E-academic journal], 2012, No. 2 (7). (In Russ.).

5. Krylov A. K. Otlichiya chelovecheskoy logiki ot matematicheskoy logiki [The Difference between Human Logics and Mathematic Logics]. *V Mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya «Integrirovannyye modeli i myagkie vychisleniya v iskusstvennom intellekte», sbornik nauchnykh trudov* [5th International Conference 'Integrated Models and Soft Calculations in Artificial Intellect', collection of works], in 2 vol. Moscow, Fizmatlit, 2009, Vol. 2, pp. 941–949. (In Russ.).

6. Mirzakhanyan R. E. Primeneniye sovremennykh nauchno-pedagogicheskikh tekhnologiy pri podgotovke studentov po discipline «Diskretnaya matematika» [The Use of Advanced Scientific and Pedagogic Technologies for Training Students on the Subject 'Discrete Mathematics']. *Aktual'nye voprosy obespecheniya obrazovatel'noy i nauchnoy deyatel'nosti v universitete* [Acute Problems of Providing Educational and Research Activity in University]. Moscow, FGBOU VO «REU im. G. V. Plekhanova», 2016, pp. 35–38. (In Russ.).

7. Mochalina E. P., Ivankova G. V., Maslyakova I. N., Tatarnikov O. V. Sovmestnoe otcenivanie urovnya podgotovki i slozhnosti zadaniya [Joint Assessment of the Level of Training and Task Complexity]. *Obrazovanie, nauka i ekonomika v vuzakh i shkolakh. Integratsiya v mezhdunarodnoye obrazovatel'noye prostranstvo, trudy Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii. Goris (Armeniya), 28 sentyabrya – 2 oktyabrya 2015 g.* [Education, Science and Economics in Universities and Schools. Integration in International Education Space, works of the International Conference. Goris (Armenia), 28 September – 2 October 2015]. Moscow, 2015, pp. 147–157. (In Russ.).

8. Piaget J. V. Moral'noye suzhdeniye u rebenka [Moral Judgment of Child]. Moscow, Akademicheskyy proekt, 2006. (Series 'Psychological Technologies'). (In Russ.).

9. Filippova N. V., Bykanova O. A. Predstavitel'skie lekcii o finansovoy gramotnosti kak chast' proforientatsionnoy raboty [Representation Lecturers about Finance Literacy as a Part of Orientation Work]. *Sborniki konferentsiy NITc «Sotciosfera»* [Collection of Conferences of the 'Sociosphere' Center], 2016, No. 38, pp. 146–151. (In Russ.).

10. Church A. Vvedeniye v matematicheskuyu logiku [Introduction in Mathematic Logic]. Vol. 1. Moscow, Publishing House of Foreign Literature, 1960. (In Russ.).

11. Edel'man S. L. Mathematic Logic. Moscow, Higher School, 1975. (In Russ.).

12. Evans J. St. B. T. Bias in Human Reasoning. Hillsdale, NJ, Erlbaum, 1989.

13. Simon H. A. A Behavioral Model of Rational Choice. *Models of Man, Social and Rational: Mathematical Essays on Rational Human Behavior in a Social Setting*. New York, Wiley, 1957.