

РАВНОВЕСНАЯ МОДЕЛЬ ЦЕНЫ БИРЖЕВОГО ОПЦИОНА

Галанов Владимир Александрович

доктор экономических наук, профессор, профессор кафедры управления рисками, страхования и ценных бумаг РЭУ им. Г. В. Плеханова.

Адрес: ФГБОУ ВО «Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова», 117997, Москва, Стремянный пер., д. 36.

E-mail: vagalanov@mail.ru

В статье предлагается новый подход к определению теоретической цены (стоимости) биржевого опциона. В отличие от модели Блэка-Шоулза и биномиальной модели равновесная модель выводится из сбалансированности интересов обеих сторон экономического отношения. Для краткосрочных временных отрезков она превращается в волатильную модель, которая является простейшей формой модели стоимости опциона. Упрощение модели цены опциона имеет практическое значение для торговых роботов, быстрота действия которых зависит не только от заложенных в них алгоритмов, но и от используемых моделей ценообразования.

Ключевые слова: биржевой опцион, премия опциона, теоретическая цена опциона, модель цены (стоимости) опциона, стандартное отклонение цены акции, модель Блэка-Шоулза, биномиальная модель.

BALANCED MODEL OF EXCHANGE OPTION PRICE

Galanov, Vladimir A.

Doctor of Economics, Professor, Professor of the Department for Risk Management, Insurance and Securities of the PRUE.

Address: Plekhanov Russian University of Economics, 36 Stremyanny Lane, Moscow, 117997, Russian Federation.

E-mail: Galanov.VA@rea.ru

The article suggests a new approach to finding a theoretical price (value) of exchange option. In contrast to Black-Shows and binominal models the balanced model is deduced from balanced interests of both parties of economic relation. For short-term time periods it turns into a volatile model, which represents the most simple form of the option value model. Simplification of the model has a practical aspect for trade robots, whose speed of work depends not only on algorithms fixed in them but also on models of pricing.

Keywords: exchange option, option premium, theoretical option price, model of price (value) of option, standard deviation of share price, Black-Shows model, binominal model.

Опцион представляет собой выбор действия в зависимости от наступления или ненаступления некоторого события. В нашем случае под опционом понимается выбор, состоящий в том, что владелец опциона в течение некоторого срока времени, ограниченного определенной датой, называемой датой экспирации, имеет право купить (продать) определенную вещь (актив) по заранее установленной цене (цене исполнения) или не купить (не продать) ее, а лицо, предоставившее ему такой выбор, обязано (в случае предъявления требования со стороны владельца опциона) продать ему (купить у него) эту вещь на обозначенных условиях. Опцион, который дает право купить, называется колл-опционом, а опцион, который дает право продать, – пут-опционом. Право купить (продать) в будущем выступает как выбор, так как оно не связано с обязательством купить (продать) в будущем.

Опцион может быть предметом купли-продажи, т. е. представлять собой особого рода товар. Поскольку рыночная цена опциона имеет место только в случае массовой торговли, то будем исходить из того, что предметом анализа является цена биржевого опциона, так как биржевой рынок опционов – самый массовый.

Покупатель опциона – лицо (участник рынка), которое уплачивает цену опциона, называемую премией, и одновременно получает возможность выбора по нему, т. е. может выбирать, купить или не купить, продать или не продать. Продавец опциона получает премию, но за это он должен выполнить обязанности по нему, если на то будет воля (требование) покупателя опциона. Премия устанавливается за единицу актива опциона, поэтому ее общий размер зависит от количества актива в опционе.

Отношение между покупателем и продавцом по поводу купли-продажи опциона, или опционное отношение, представляет собой не совсем обычное отношение купли-продажи, так как сам опцион – не реальная вещь, а выбор, воплощающийся в устанавливаемых сторонами имуществен-

ных правах (требованиях) и обязанностях. Опционное отношение не является товарной разновидностью ссудного отношения, к которому относятся, например, акции и облигации. Их вещественная по закону форма существования делает возможной куплю-продажу имущественных прав, вытекающих из ссудного отношения, в качестве товара, специфику которого принято обозначать понятием «фиктивный товар (капитал)».

Поскольку купля-продажа опциона не является ни действительной куплей-продажей, ни ссудным отношением, следовательно, за ней скрыто какое-то иное рыночное отношение, которое имеет место на рынке в силу существования самих опционов, хотя оно и не очень распространено (менее востребовано) в результате своей явной специфичности.

В случае, когда опцион трактуется как имущественное право его владельца, товарной формой его существования выступает форма ценной бумаги, а потому купля-продажа опциона есть купля-продажа этой ценной бумаги. Однако с позиции лица, обязанного по опциону, опцион представляет собой специфический тип обязанности, исполнение которой осуществляется только по требованию владельца имущественного права. В этом случае опцион не имеет вещной формы существования, поэтому его существование имеет место в неразрывном единстве с договором купли-продажи, или опционным договором (контрактом).

Рассмотрим, что скрывается за опционным отношением, на примере колл-опциона. Его покупка означает, что за уплату продавцу премии (как цены опциона) покупатель получает возможность купить рыночный актив по цене исполнения. Такая покупка целесообразна, если рыночная цена актива на дату экспирации превышает цену исполнения. В противном случае отсутствует экономический смысл покупать актив по цене исполнения, а потому колл истекает без исполнения. Это означает, что колл подлежит исполнению, если

на дату экспирации он приносит доход в размере разницы между ценой актива на рынке и ценой исполнения. Когда этот доход превышает размер уплаченной премии, покупатель колла имеет потенциальный спекулятивный доход, который он может превратить в денежную форму, если купит актив по опциону (у его продавца), а затем продаст его на рынке (любому иному участнику рынка).

Исполнение колла означает также, что актив опциона покупается ниже его рыночной цены, имеющей место на момент исполнения опциона, что равноценно скидке с рыночной цены, которую в обязательном порядке предоставляет продавец колла в качестве продавца актива по цене исполнения. Таким образом, исполнение колла есть не что иное, как экономический эквивалент покупки актива со скидкой. По аналогии исполнение пута есть экономический эквивалент продажи актива с надбавкой к его текущей рыночной цене, т. е. продажа актива по цене, выше рыночной.

На момент купли-продажи опциона данного рода скидка/надбавка существует не в виде непосредственной денежной суммы скидки/надбавки, а лишь в виде механизма ее возможного получения. Для колла этот механизм концентрированно проявляется в виде формулы скидки с рыночной цены: $C_p - C_{исп}$, где C_p – будущая рыночная цена актива; $C_{исп}$ – цена исполнения; $C_p > C_{исп}$; для пута – в виде противоположной формулы: $C_{исп} - C_p$, которая представляет собой расчет надбавки к рыночной цене при условии, что $C_{исп} > C_p$. Таким образом, то, что покупается в виде опциона, есть не что иное, как покупка механизма возможной скидки/надбавки к рыночной цене, которую по требованию покупателя опциона обязан предоставить продавец опциона, который за это уже получил премию (денежную сумму) от покупателя опциона. Премия, или цена опциона, – это сумма денег, уплачиваемая за возможность (право) получить скидку/надбавку, рассчитываемую по заранее за-

данной формуле, т. е. является ее экономическим эквивалентом.

Возникает очевидный вопрос: в каком случае необходимо такого рода отношение на рынке? Эта необходимость должна быть выведена из действительной потребности получения такого рода скидки/надбавки, которая на рыночном языке, в отличие от спекуляции, называется общепринятым понятием «хеджирование». Такая *обязательная потребность у покупателя колла (пута)* имеет место в том случае, когда он *должен* вернуть рыночный долг к какому-то сроку. Например, у участника рынка имеется обязательство к какому-то моменту времени в будущем вернуть ранее взятые займы акции, но для этого ему необходимо выкупить их на рынке. Он должен сделать это лишь по устраивающей его или целевой цене (или ниже ее), которая отражает сумму денег, которой он располагает на дату выкупа акций. Если цена акции возрастет выше уровня целевой цены, то участник рынка не сможет вернуть свой долг; если она снизится, то участник рынка сможет выкупить акции дешевле, чем имеющаяся у него сумма денег. Но в таком случае у него нет потребности в покупке акции по цене исполнения опциона. Покупка колла есть способ гарантировать выкуп акций по целевой цене в условиях возможного роста рыночной цены акции выше этого уровня. Противоположный пример – это когда участник рынка *должен* вернуть денежную сумму, которая теперь существует в форме определенного количества актива, например, акций. Ему через определенное условиями денежного займа время необходимо продать свои акции по целевой цене, которая обеспечит получение нужного для возврата размера денежной суммы. Если же цена акции на рынке снизится ниже уровня целевой цены, то он не сможет вернуть денежный заем. Поэтому у такого участника рынка имеется необходимость купить пут с ценой исполнения, соответствующей его целевой цене.

Оба примера показывают, что кроме необходимости существования опционного

отношения для покупателя опциона имеется и возможность его существования по отношению к этому же покупателю. Другими словами, вопрос заключается в том, имеется ли у другого участника рынка *необходимость стать продавцом опциона*, подобно тому, как такая необходимость существует для покупателя опциона. Такая двусторонняя необходимость имеет место в отношении между заемщиком актива и заемщиком денежных средств, у которых совпадают сроки исполнения заемных обязательств и целевая (предельная) цена актива, обеспечивающего их исполнение.

Заемщик актива в будущем должен его выкупить по стоимости не выше уровня целевой цены. Если рыночная цена актива превысит целевой уровень, то у заемщика возникает потребность в получении на эту разницу скидки при покупке актива. Но если рыночная цена снизится по сравнению с целевой ценой, то у заемщика актива возникает избыточный доход. Поэтому заемщику актива, чтобы защититься от возможного роста его рыночной цены, необходимо найти на рынке такого участника, который согласился бы в обмен на возможную отдачу ему этого избыточного дохода от снижения цены актива предоставить скидку с цены, если она вдруг превысит целевой уровень.

Таким экономически оправданным и противоположным участником опционного отношения по отношению к заемщику актива может быть лишь заемщик денег, который ранее инвестировал их в нужный для него актив. Этот актив ему необходимо продать по такой же целевой цене и в те же сроки, т. е. на тех же условиях, на каких заемщик актива желает его выкупить. Этот будущий продавец актива должен защититься от возможного снижения его рыночной цены ниже целевого уровня. Ради этого он согласен в случае, если рыночная цена превысит нужную ему целевую цену продажи, продать свой актив со скидкой.

В описываемой ситуации каждая сторона отношения отказывается в пользу противоположной стороны от своего возмож-

ного избыточного дохода по сравнению с имеющейся экономической потребностью в нем, который становится экономической основой для возмещения противоположной стороне ее возможного убытка от неблагоприятного изменения рыночной цены акции по сравнению с общей целевой ценой. Такое экономическое отношение между заемщиком актива и заемщиком денег будем называть компенсационным отношением. Компенсационное отношение – это отношение между владельцем денежного займа, который был использован на покупку рыночного актива и должен быть возвращен путем продажи этого актива, и владельцем заемного актива, который ранее был продан и должен быть выкуплен, чтобы его можно было вернуть.

Компенсационное отношение, как и любое иное, может быть зафиксировано в виде обычного форвардного договора (контракта) купли-продажи акции (актива) в оговоренный срок по устраивающей стороны форвардной (целевой) цене. Недостатком такой неопционной формы существования компенсационного отношения является обязательность исполнения договора, т. е. необходимость купли-продажи актива только между непосредственными сторонами отношения и невозможность его купли-продажи на рынке вообще, т. е. у других его участников.

Опционная форма существования компенсационного отношения оказывается более привлекательной, так как позволяет получать спекулятивные доходы от случайных колебаний цен. В этом случае компенсационное отношение получает традиционную форму обмена денег в виде премии на иную потребительную стоимость, в качестве которой выступает специфическое имущественное право – право купить (продать) актив по цене исполнения, экономической основой которого выступает возможная скидка/надбавка к рыночной цене. Срок существования этого отношения в его опционной форме ограничен датой экспирации, а ценой купли-продажи актива является цена исполнения

как необходимая составная часть определения величины возможной скидки/надбавки. Если опцион исполняется, то данное отношение реализуется применительно к интересам истинного покупателя опциона, но не за счет ухудшения интересов истинного продавца; если не исполняется, то опцион исполняется применительно к интересам истинного продавца опциона, но опять же без ущерба для интересов истинного покупателя опциона. Истинные покупатель и продавец опциона – это стороны компенсационного отношения.

Выясним, как соотносятся между собой премия и право купить/продать, или, точнее, скрывающийся за этим правом механизм скидки/надбавки. Будем исходить из того, что в своей основе любое рыночное отношение есть отношение равенства (баланса) экономических интересов его противоположных сторон, так как систематически несбалансированное отношение между частными собственниками означает в конечном счете «гибель» одной стороны отношения, а значит, и прекращение существования самого такого рода рынка. Исходя из равенства сторон компенсационного отношения можно заключить, что для продавца опциона полученная премия есть экономический эквивалент возможной скидки/надбавки, которую он должен будет реально предоставить покупателю опциона в случае его исполнения.

Каким образом можно приравнять премию к скидке/надбавке, получаемой при возможном исполнении опциона? Очевидно, что это возможно лишь в случае, когда премия есть та же самая скидка/надбавка, но только предоставляемая уже самим покупателем. Обмен есть обмен разными потребительными стоимостями, а потому обмен скидки на скидку или надбавки на надбавку не имеет смысла. Смысл имеет обмен скидки на надбавку и наоборот. Например, покупатель колла покупает возможную скидку, но это означает, что в виде премии он отдает возможную надбавку, которую он как бы вперед предоставляет продавцу колла. Соответственно,

покупатель пута покупает надбавку, а в обмен в виде премии сразу (т. е. уже при покупке опциона) отдает скидку, которую он на самом деле предоставит продавцу пута, если только сам не исполнит этот пут.

Важный момент заключается в различии товарных форм существования скидки и надбавки у сторон опционного отношения. Одна из них обязательно существует в виде денежной суммы, т. е. в форме премии, а другая – лишь в виде права на ее получение, т. е. в виде механизма скидки/надбавки. Покупатель опциона платит деньги, а в обмен получает механизм получения скидки/надбавки в виде возможного исполнения права купить (продать) ее по цене исполнения, а вовсе не деньги или активы. Но и продавец опциона в виде премии опциона тоже получает скидку/надбавку, которая, возможно, понадобится ему в будущем. Только он получает ее в денежном выражении и вперед, в то время как скидка/надбавка, которая, возможно, понадобится покупателю, может быть получена им лишь в будущем, а не в момент купли-продажи опциона. В соответствии с содержанием компенсационного отношения неисполнение опциона со стороны его покупателя означает, что скидка/надбавка необходима только продавцу опциона, но поскольку он ее уже получил в момент его покупки в виде премии, то никаких других денежных выплат покупатель опциона не производит. В случае исполнения опциона скидку/надбавку получает сам покупатель опциона через покупку актива по цене, ниже рыночной, или его продажу по цене, выше рыночной, продавцу опциона. Но ранее он уже уплатил премию, а потому должен получить от продавца опциона посредством механизма скидки/надбавки не только нужную ему скидку/надбавку, но и премию, ведь необходимость в компенсации убытка у продавца опциона на момент истечения опциона отсутствует.

Таким образом, сущность опционного отношения как особой товарной формы существования компенсационного отноше-

ния заключается в установлении связи между величиной уплаченной (вперед) покупателем премии и денежными выплатами в виде скидки/надбавки в случае исполнения опциона, которая имеет две грани:

а) покупатель опциона в виде премии предоставляет скидку/надбавку продавцу опциона, не нарушая свои экономические интересы;

б) продавец опциона обязуется предоставить скидку/надбавку с рыночной цены актива при исполнении опциона, но для этого у него имеются все возможности, не нарушающие его экономические интересы.

Исходным участником рынка опционов является торговец, который совершает свои сделки за счет заемных активов или денежных займов. В том случае, когда кредитором такого торговца является его брокер, подобного рода торговые операции принято называть маржинальными сделками. Поэтому торговцы на марже в первую очередь заинтересованы в существовании опционных рынков.

Купить/продать опцион, как и любой товар, можно и в целях спекуляции, т. е. не быть действительным владельцем заемных денежных средств или заемных активов. При этом сам размер премии при всей его внешней произвольности в любом случае объективно опирается на компенсационное отношение. Компенсационная сущность опционного отношения позволяет найти и методологический подход к выведению простой (исходной) модели цены, или теоретической премии, опциона, подобно тому как это свойственно цене любого рыночного товара. Рыночная цена товара есть результат столкновения спроса и предложения, но каждый тип товара имеет и модель своей теоретической цены, существование которой означает признание наличия какой-то закономерности в хаосе имеющихся рыночных цен.

Вернемся к компенсационному отношению. Пусть уровень текущей цены актива, например акции, есть $C_{тек}$. Цена акции подвержена случайным изменениям. Через заданный промежуток времени эта

цена либо возрастет до уровня, который обозначим как $C_{макс}$, либо уменьшится до уровня, который обозначим как $C_{мин}$.

Владелец заемного актива, т. е. его будущий покупатель, согласен отдать возможную разницу между целевой ценой актива и более низкой будущей ценой в обмен на получение от владельца заемных денег, т. е. будущего продавца актива, разницы между более высокой будущей ценой актива и целевой ценой. В качестве действительной целевой цены компенсационного отношения может выступать только цена актива на момент установления такого отношения ($C_{тек}$). Это следует из двух моментов: а) будущая цена есть не что иное, как повышение или уменьшение именно этой текущей рыночной цены; б) только текущая цена актива может быть целевой ценой для всех заинтересованных участников рынка, так как индивидуальная целевая цена может устроить только две конкретные стороны такого соглашения, но не всех других участников рынка. В том случае, когда сторонам компенсационного отношения необходима именно их частная целевая цена, они могут заключить между собой форвардный договор купли-продажи актива, в котором форвардной ценой является нужная каждой стороне целевая цена, но это уже не будет договором, устраивающим всех участников рынка, а потому товарная форма опциона здесь невозможна. В то же время цена исполнения опциона не обязательно должна совпадать с текущей ценой актива хотя бы потому, что последняя все время колеблется случайным образом. Цена исполнения опциона по своей экономической сущности не является истинно целевой ценой в компенсационном отношении. На самом деле она необходима только потому, что именно на ней основывается механизм скидки/надбавки, которую придется компенсировать продавцу опциона.

Таким образом, покупатель опциона платит в виде премии скидку/надбавку, которую должен будет получить от него продавец опциона. Размер этой скид-

ки/надбавки согласно компенсационному отношению может быть выражен следующими равенствами:

$$C_{\Pi} = \Pi_{\max}^* - \Pi_{\text{тек}}, \quad (1)$$

$$H_{\kappa} = \Pi_{\text{тек}} - \Pi_{\min}^* \quad (2)$$

где C_{Π} – скидка с возможной будущей возросшей цены актива Π_{\max} (индекс «П» означает путь);

Π_{\max}^* – дисконтированная на момент заключения компенсационного соглашения величина возможной цены актива в случае ее увеличения (Π_{\max});

H_{κ} – надбавка к возможной будущей снизившейся цене актива Π_{\min} (индекс «К» означает колл);

Π_{\min}^* – дисконтированная на момент заключения компенсационного соглашения величина возможной цены актива в случае ее снижения (Π_{\min}).

Покупатель опциона – сторона компенсационного отношения, которая в виде премии платит вперед возможную скидку/надбавку, необходимую продавцу опциона. Если вперед платится скидка с будущей цены, то имеет место покупка механизма надбавки к цене актива, т. е. пута. Если вперед платится надбавка к будущей цене, то имеет место покупка механизма скидки с цены актива, т. е. колла.

С учетом сказанного рассмотрим модель определения теоретической цены (теоретической премии), или стоимости, опциона. Пусть это колл. Владелец заемного актива платит вперед надбавку к Π_{\min} , значит, он выступает в качестве покупателя колла. Продавцом колла выступает владелец денежного займа, который получает вперед нужную ему возможную надбавку, но за это он обязуется предоставить скидку с рыночной цены актива на момент окончания срока действия колла, если цена актива возрастет по сравнению с ценой исполнения до уровня Π_{\max} . Размер скидки определится как разница $\Pi_{\max} - \Pi_{\text{исп}}$. Но раз при покупке колла продавец уже получил в виде денег возможную надбавку, то он должен будет ее вернуть, если вместо снижения цены произошло ее повышение. Он может это сделать только через тот же

самый механизм предоставления скидки. Иначе говоря, продавец колла при его исполнении за одну и ту же ранее полученную им в виде надбавки сумму денег должен предоставить покупателю столько раз скидку, сколько необходимо, чтобы покупатель колла мог бы вернуть ранее уплаченную им надбавку и, кроме того, получить причитающуюся ему по условиям компенсационного отношения компенсацию за рост цены актива. Следовательно, в совокупности продавец колла в случае исполнения опциона должен вернуть покупателю денежную сумму, которая равна разнице между Π_{\max} и Π_{\min} , т. е. вернуть возможную надбавку и заплатить возможную скидку. Отсюда покупатель колла должен сразу купить определенное количество скидок, т. е. коллов (n_{κ}):

$$n_{\kappa} = (\Pi_{\max} - \Pi_{\min}) / (\Pi_{\max} - \Pi_{\text{исп}}), \quad (3)$$

уплатив за эти n_{κ} коллов сумму денег, определяемую по формуле (2). Разделив выражение (2) на (3), получим величину стоимости единичного колла (С):

$$C = (\Pi_{\text{тек}} - \Pi_{\min}^*) / n_{\kappa}. \quad (4)$$

Проведя аналогичные рассуждения, получим, что теоретическая стоимость пута (P) равна

$$P = (\Pi_{\max}^* - \Pi_{\text{тек}}) / n_{\Pi}, \quad (5)$$

где n_{Π} – количество путей, определяемое по формуле $n_{\Pi} = (\Pi_{\max} - \Pi_{\min}) / (\Pi_{\text{исп}} - \Pi_{\min})$.

Из приведенных формул следуют общеизвестные ограничения премий, вытекающие из условий компенсационного отношения. Во-первых, если отсутствуют изменения (колебания) цены актива ($\Pi_{\max} = \Pi_{\min}$), то опцион не существует. Во-вторых, если $\Pi_{\text{исп}}$ совпадает или больше Π_{\max} , то не существует колл, так как не существует сам механизм скидки, а если $\Pi_{\text{исп}}$ равно или меньше Π_{\min} , то не существует пут, так как отсутствует механизм надбавки. В-третьих, если $\Pi_{\text{тек}}$ меньше или равно Π_{\min}^* , то премия по коллу равна нулю. Аналогично премия по путу отсутствует, если Π_{\max}^* меньше или равно $\Pi_{\text{тек}}$.

Внешне формулы (4) и (5) разные, но на самом деле их результаты совершенно оди-

наковы ($C = P$), если $C_{\text{тек}} = C_{\text{исп}}^*$ (где $C_{\text{исп}}^*$ – величина $C_{\text{исп}}$, приведенная (дисконтированная) к моменту начала опциона), т. е. стоимость кола всегда равна стоимости пута с одинаковыми характеристиками, если на начало компенсационного отношения в качестве цены исполнения обязательно выступает текущая цена актива. В одном и том же рыночном отношении купля и продажа есть одно и то же действие, различающееся только тем, кто его реализует, поэтому право купить для такого отношения стоит ровно столько же, сколько и право продать в этом же отношении.

Различие премии (стоимости) по коллу и путу на момент их купли-продажи возникает в силу несовпадения цены исполнения в опционе с текущей ценой актива. Если $C_{\text{тек}}$ превышает цену исполнения, то покупатель колла должен в размере премии компенсировать эту разницу продавцу колла, иначе у него образуется незаслуженный спекулятивный доход, который он мог бы получить, сразу исполнив колл после его покупки. Поскольку стоимость пута в этом случае не меняется, то получаем

$$C = P + (C_{\text{тек}} - C_{\text{исп}}^*).$$

Аналогично, если $C_{\text{исп}}^*$ превышает $C_{\text{тек}}$, то уже покупатель пута должен в полном размере премии (P) сразу компенсировать эту разницу продавцу пута. Отсюда

$$P = C + (C_{\text{исп}}^* - C_{\text{тек}}).$$

То есть между ценой колла и ценой пута всегда имеет место одна и та же разность, которая называется общепринятым термином «паритет»:

$$C - P = C_{\text{тек}} - C_{\text{исп}}^*. \quad (6)$$

Данный паритет стоимостей (цен) колла и пута с одинаковыми ценами исполнения и датами экспирации можно вывести и на основе формул (4) и (5):

$$C - P = (C_{\text{тек}} - C_{\text{мин}}^*) / ((C_{\text{мак}} - C_{\text{мин}}) / (C_{\text{мак}} - C_{\text{исп}}) - (C_{\text{мак}}^* - C_{\text{тек}}) / ((C_{\text{мак}} - C_{\text{мин}}) / (C_{\text{исп}} - C_{\text{мин}})),$$

$$C - P = (C_{\text{тек}} - C_{\text{мин}}^*) \cdot (C_{\text{мак}} - C_{\text{исп}}) / ((C_{\text{мак}} - C_{\text{мин}}) - (C_{\text{мак}}^* - C_{\text{тек}}) \cdot (C_{\text{исп}} - C_{\text{мин}}) / (C_{\text{мак}} - C_{\text{мин}}),$$

$$C - P = ((C_{\text{тек}} - C_{\text{мин}}^*) \cdot (C_{\text{мак}} - C_{\text{исп}}) - (C_{\text{мак}}^* - C_{\text{тек}}) \cdot (C_{\text{исп}} - C_{\text{мин}})) / (C_{\text{мак}} - C_{\text{мин}}),$$

$$C - P = (C_{\text{тек}} C_{\text{мак}} - C_{\text{мак}} C_{\text{мин}}^* - C_{\text{тек}} C_{\text{исп}} + C_{\text{исп}} C_{\text{мин}}^* - C_{\text{мак}} C_{\text{исп}} + C_{\text{тек}} C_{\text{исп}} + C_{\text{мак}}^* C_{\text{мин}} - C_{\text{тек}} C_{\text{мин}}) / (C_{\text{мак}} - C_{\text{мин}}),$$

$$C - P = (C_{\text{исп}} (C_{\text{мин}}^* - C_{\text{мак}}^*) + C_{\text{тек}} (C_{\text{мак}} - C_{\text{мин}})) / (C_{\text{мак}} - C_{\text{мин}}).$$

Если $(C_{\text{мин}}^* - C_{\text{мак}}^*)$ умножить и разделить на коэффициент дисконтирования, то получаем равенство (6):

$$C - P = C_{\text{тек}} - C_{\text{исп}}^*.$$

Если $C_{\text{тек}} = C_{\text{исп}}^*$, то и $C = P$.

Равновесную модель, в которой присутствует процесс дисконтирования будущей стоимости, можно упростить, если пренебречь этим процессом, что вполне оправдано при торговле на относительно небольших отрезках времени, применительно к которым цена акции в наибольшей степени случайна и не находится под влиянием какого-либо тренда.

Для нахождения стоимости опциона необходимо спрогнозировать $C_{\text{мак}}$ и $C_{\text{мин}}$ его актива. При этом можно основываться на одной из двух равноправных гипотез:

а) прирост текущей цены акции на некоторый момент в будущем может отличаться от величины ее возможного снижения;

б) возможные рост и снижение цены акции равны друг другу.

Обе гипотезы недоказуемы, а потому воспользуемся той, которая нам более удобна для вычислений. Будем исходить из того, что цена акции как случайная величина (т. е. в отсутствие тренда на момент истечения опциона) за период действия опциона может измениться вверх или вниз от ее текущего значения на одну и ту же усредненную величину, которая известна как стандартное отклонение данной акции δ (в абсолютных единицах) для данного отрезка времени. В этом случае учет фактора времени осуществляется уже не в прямой форме, а через использование стандартного отклонения, характерного для промежутка времени, остающегося до даты экспирации.

В результате компенсационную модель стоимости опциона можно преобразовать в волатильную модель:

а) если $C_{\text{тек}} = C_{\text{исп}}$:

$$C = (C_{\text{тек}} - C_{\text{мин}}^*) / 2 \text{ и } P = (C_{\text{мак}}^* - C_{\text{тек}}) / 2.$$

Будем исходить из того, что $C_{\text{мин}}^*$ близко по своему размеру к $C_{\text{мин}}$, а $C_{\text{мак}}^*$ близко к $C_{\text{мак}}$. В этом случае числитель в каждой формуле равен абсолютной величине будущего стандартного отклонения, или δ . В результате имеем следующую модель:

$$C = \delta / 2; P = \delta / 2;$$

б) если $C_{\text{тек}}$ больше $C_{\text{исп}}$:

$$C = (C_{\text{тек}} - C_{\text{мин}}) / ((C_{\text{мак}} - C_{\text{мин}}) / (C_{\text{мак}} - C_{\text{исп}}));$$

$$C = \delta / (2\delta) / (C_{\text{мак}} - C_{\text{исп}});$$

$$C_{\text{мак}} - C_{\text{исп}} = C_{\text{мак}} - C_{\text{тек}} + C_{\text{тек}} - C_{\text{исп}} = \delta + \Delta,$$

где $C_{\text{тек}} - C_{\text{исп}} = \Delta$.

В результате получаем $C = (\delta + \Delta) / 2$.

Стоимость пута получим, используя формулу паритета $C - P = \Delta$. В этом случае $P = C - \Delta = (\delta - \Delta) / 2$;

в) если $C_{\text{тек}}$ меньше $C_{\text{исп}}$:

$$C = (C_{\text{тек}} - C_{\text{мин}}) / ((C_{\text{мак}} - C_{\text{мин}}) / (C_{\text{мак}} - C_{\text{исп}}));$$

$$C = \delta / (2\delta) / (C_{\text{мак}} - C_{\text{исп}});$$

$$C_{\text{мак}} - C_{\text{исп}} = C_{\text{мак}} - C_{\text{тек}} + C_{\text{тек}} - C_{\text{исп}} = \delta - \Delta,$$

где $C_{\text{исп}} - C_{\text{тек}} = \Delta$.

В результате $C = (\delta - \Delta) / 2$; $P = C + \Delta = (\delta + \Delta) / 2$.

Волатильная модель применима для расчета стоимости опциона на короткие промежутки времени, остающиеся до даты его истечения. Для коротких промежутков времени дисконтирование несущественно, но главное – колебания цены актива, прежде всего акций, можно рассматривать как равновеликие вверх и вниз от своего текущего уровня, принимаемого за среднее значение. В том случае, когда период времени увеличивается до размеров, на которых проявляется тенденция к росту цены акции, происходит изменение самой средней цены, относительно которой имеет место колебательный процесс даже при сохранении (неизменности) размеров самого годового стандартного отклонения, а по-

тому текущая цена акции перестает выполнять роль заместителя средней рыночной цены в равновесной модели.

В силу сказанного непосредственное сравнение результатов расчетов по данной модели и по модели Блэка-Шоулза и биномиальной модели затруднительно: а) в них используется неизменное во времени годовое стандартное отклонение цены акции, что, собственно, и является основной причиной несовпадения рыночной цены опциона и его теоретической цены; б) в существующих моделях стандартное отклонение используется в качестве технического показателя, так как, например, в биномиальной модели рост числа шагов расчета приводит к тому, что расчетная цена акции растет/уменьшается далеко за границы используемого в модели показателя годовой волатильности, а в модели Блэка-Шоулза колебательный процесс имеет отношение не только к рыночной цене актива, но и к цене исполнения, которая неизменна во времени.

В прямом сравнении результаты расчетов получаются следующие:

а) биномиальная модель: пусть $C_{\text{тек}} = 35$; $C_{\text{исп}} = 35$; годовая волатильность – 0,2; срок опциона колл – 1 год; ставка без риска – 0,1. Стоимость колла по четырехпериодной биномиальной модели равна 4,37, по компенсационной модели (т. е. с учетом дисконтирования) – 4,76, а без учета дисконтирования, т. е. по волатильной модели, $-(35 \cdot 0,2 \cdot \sqrt{1,0}) / 2 = 7,5 / 2 = 3,75$, что может свидетельствовать о существенности учета дисконтирования стоимости для длительного периода времени;

б) модель Блэка-Шоулза: пусть $C_{\text{тек}} = 35$; $C_{\text{исп}} = 35$; годовая волатильность – 0,2; срок до истечения опциона колл – 1 месяц, или 0,0833 года; ставка без риска – 0,1.

Стоимость колла, рассчитанная по формуле Блэка-Шоулза, равна 0,95 ($d_1 = 0,1732$; $N(0,1732) = 0,5687$; $d_2 = 0,1155$; $N(0,1155) = 0,5460$; $C = 35 \cdot 0,5460 - 35e^{-0,1 \cdot 0,0833} \cdot 0,5460 = 0,95$).

Месячное стандартное отклонение определяем на основе имеющегося годового

значения, так как другого его значения не имеем. Результат по волатильной модели равен $(35 \cdot 0,2 \sqrt{0,0833}) / 2 = (35 \cdot 0,0577) / 2 = 2,02 / 2 = 1,01$.

Аналогичный расчет, но для периода времени в одну неделю, или 0,0192 года: стоимость колла, рассчитанная по формуле Блэка-Шоулза, равна 0,43 ($d_1 = 0,0828$; $N(0,0828) = 0,5330$; $d_2 = 0,0550$; $N(0,0550) = 0,5219$; $C = 35 \cdot 0,5330 - 35e^{-0,1 \cdot 0,0192} \cdot 0,5219 = 0,43$).

Недельное стандартное отклонение определяем на основе годового значения, так как другого его значения не имеем. Отсюда по волатильной модели стоимость недельного колла равна $(35 \cdot 0,2 \sqrt{0,0192}) / 2 = (35 \cdot 0,0278) / 2 = 0,973 / 2 = 0,49$.

В обоих случаях получаем достаточно близкие результаты. Это говорит о том, что компенсационная и вытекающая из нее волатильная модель могут иметь практическое применение в спекулятивной (краткосрочной) торговле. В то же время некорректно говорить о том, что результат расчетов по какой-то модели более правильный, чем по другой, в силу того, что ни одна математическая модель не позволяет точно рассчитать будущую рыночную цену опциона в результате заложенных в ней условий, которые на рынке часто нарушаются.

Таким образом, по своей внешней форме биржевой опцион – это право выбора купить (продать) или не купить (не про-

дать), но по своей экономической сущности или с позиций компенсационного отношения опцион есть выбор между тем, чтобы купить (продать) актив по цене исполнения у продавца опциона, и тем, чтобы купить (продать) этот же актив по рыночной цене на рынке. Сравнение результатов расчетов по разным моделям теоретической цены (стоимости) опциона дает близкие результаты. Поэтому с учетом абсолютной простоты расчета по волатильной модели она вполне может использоваться в качестве ориентира в практике опционной торговли, а главное – в алгоритмах, используемых в торговых роботах, так как для них важное значение имеет еще и скорость расчета, которая зависит от уровня сложности вида используемой модели теоретической цены опциона.

Как следует из равновесной модели, разница в премиях опциона в зависимости от времени, остающегося до его истечения, теоретически соответствует разнице в стандартных отклонениях, относящихся к разным отрезкам времени. Иначе говоря, $C_{t_1} - C_{t_0} = (\partial t_1 - \partial t_0) / 2$, где C – стоимость опциона в смежные временные даты; t , ∂ – стандартные отклонения на те же временные даты. На этой основе можно строить прогнозный график теоретического изменения стоимости опциона во времени до момента его истечения.

Список литературы

1. Галанов В. А. Сущность акции // Вестник Российского экономического университета имени Г. В. Плеханова. – 2014. – № 8 (74). – С. 24–37.
2. Колоколов А. В. Модель расчета цен европейских опционов в дискретном времени, основанная на устойчивых законах распределения // Вестник Российского экономического университета имени Г. В. Плеханова. – 2013. – № 7 (61). – С. 102–113.

References

1. Galanov V. A. Sushchnost' aktsii [The Essence of Share]. *Vestnik of the Plekhanov Russian University of Economics*, 2014, No. 8 (74), pp. 24–37. (In Russ.).
2. Kolokolov A. V. Model' rascheta tsen evropeyskikh optcionov v diskretnom vremeni, osnovannaya na ustoychivyx zakonakh raspredeleniya [The Model of Calculating Prices of European Options in Discreet Time Based on Fixed Laws of Distribution]. *Vestnik of the Plekhanov Russian University of Economics*, 2013, No. 7 (61), pp. 102–113. (In Russ.).