

# АДАПТАЦИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ПО ФИНАНСОВЫМ ВЫЧИСЛЕНИЯМ К АКТУАЛЬНОМУ ЭКОНОМИЧЕСКОМУ СОСТОЯНИЮ<sup>1</sup>

## **Мочалина Екатерина Павловна**

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики РЭУ им. Г. В. Плеханова.

Адрес: ФГБОУ ВО «Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова», 117997, Москва, Стремянный пер., д. 36.

E-mail: mochalina77@gmail.com

## **Иванкова Галина Владимировна**

старший преподаватель кафедры высшей математики РЭУ им. Г. В. Плеханова.

Адрес: ФГБОУ ВО «Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова», 117997, Москва, Стремянный пер., д. 36.

E-mail: g\_ivankova@mail.ru

## **Татарников Олег Вениаминович**

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики РЭУ им. Г. В. Плеханова.

Адрес: ФГБОУ ВО «Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова», 117997, Москва, Стремянный пер., д. 36.

E-mail: ovtatarnikov@mail.ru

## **Маслякова Ирина Николаевна**

старший преподаватель кафедры высшей математики РЭУ им. Г. В. Плеханова.

Адрес: ФГБОУ ВО «Российский экономический университет имени Г. В. Плеханова», 117997, Москва, Стремянный пер., д. 36.

E-mail: maslyakova@gmail.com

В статье изложен инновационный подход к преподаванию дисциплины «Финансовые вычисления», который базируется на динамическом блоке кейсовых заданий, формируемых на основе информации, поступающей в онлайн-режиме с площадок фондового рынка. Метод изложен на примере кейса «Оценка финансовых активов: ожидаемая доходность и волатильность». Показано, как работают на практике хорошо известные классические модели, а также каким образом производится корректировка полученных результатов. Адекватность получаемых при таком подходе выводов легко проверяема (используется система с открытым контентом), что служит, с точки зрения авторов, дополнительным преимуществом предлагаемой модели обучения.

*Ключевые слова:* кейс, модель, CAPM, SMA, стохастический процесс, интеграл Ито.

---

<sup>1</sup> Статья подготовлена в рамках внутреннего гранта на научно-практическую разработку по теме «Формирование обучающего модуля для дисциплины «Финансовые вычисления» с созданием и защитой кейсов, основанных на реальных данных».

## ADAPTATION OF THE EDUCATIONAL PROGRAM FOR FINANCIAL CALCULATIONS ACCORDING TO THE ACTUAL ECONOMIC STATE

### **Mochalina, Ekaterina P.**

PhD, Assistant Professor of the Department for Higher Mathematic of the PRUE.

Address: Plekhanov Russian University of Economics, 36 Stremyanny Lane, Moscow, 117997, Russian Federation.

E-mail: mochalina77@gmail.com

### **Ivankova, Galina V.**

Senior Lecture of the Department for Higher Mathematic of the PRUE.

Address: Plekhanov Russian University of Economics, 36 Stremyanny Lane, Moscow, 117997, Russian Federation.

E-mail: g\_ivankova@mail.ru

### **Tatarnikov, Oleg V.**

Doctor of Science, Professor, the Head of the Department for Higher Mathematic of the PRUE.

Address: Plekhanov Russian University of Economics, 36 Stremyanny Lane, Moscow, 117997, Russian Federation.

E-mail: ovtatarnikov@mail.ru

### **Maslyakova, Irina N.**

Senior Lecture of the Department for Higher Mathematic of the PRUE.

Address: Plekhanov Russian University of Economics, 36 Stremyanny Lane, Moscow, 117997, Russian Federation.

E-mail: maslyakova@gmail.com

This paper presents an innovative approach to teaching the discipline 'Financial calculations', which based on a dynamic block of case studies generated by information received online from the stock market. Method is described by the case study 'Evaluation of financial assets, the expected return and volatility'. Details shows how work in practice well-known classic models and how exactly the adjustment of the results is made. Adequacy of conclusions obtained with this approach is easily testable (a system with an open content), that is, from the point of view of the authors, an additional advantage of the proposed model of learning.

*Keywords:* case, model, CAPM, SMA, stochastic process, integral Ito.

Способы подачи информации и система оценивания полученных знаний – это предмет широкой дискуссии в настоящее время. Один из широко используемых подходов – тестовый [3–4]. Альтернативный вариант – алгоритмический [5]. В данной статье речь пойдет о со-

вершенно другом варианте – кейсовой системе, основанной на реальных данных.

В процессе освоения дисциплины студенты должны приобрести необходимые навыки получения количественных оценок финансовых операций, научиться моделировать финансовую ситуацию и интерпретировать результаты. Для того чтобы по-

лученные знания не были оторваны от современных реалий, необходим курс, отражающий большинство тенденций и методов, применяемых на практике. Инновационный подход к проблеме состоит в создании обучающего модуля (динамического блока кейсовых заданий, основанных на реальных данных), максимально соответствующего этому требованию. Модуль в свою очередь разбивается на теоретико-практические задания типа «оценка финансовых активов: ожидаемая доходность и волатильность», «инвестиции в производные финансовые инструменты» и т. п. Естественно, в рамках каждой работы соблюдается основной принцип кейса: каждый последующий шаг базируется в той или иной степени на результатах предыдущего этапа.

Кратко покажем, как это работает. Возьмем задание: требуется рассчитать ожидаемую доходность акций одной из реально существующих компаний, торгующихся на Московской фондовой бирже, двумя способами – приближенно и точно. Также следует сравнить полученные результаты и сделать выводы. Цель работы: ознакомление с наиболее распространенной в практике финансовых вычислений моделью оценки доходности активов; приобретение навыков ее использования с помощью программы Excel. За основу возьмем CAPM (Capital Asset Pricing Model) [1] – модель оценки финансовых активов, основанную на анализе массивов информации фондового рынка и конкретно изменений доходности свободно обращающихся акций (с помощью чего и производится прогнозирование будущей доходности активов для инвесторов). Модель CAPM представляет собой уравнение линейной регрессии, демонстрирующее связь между доходностью рынка и рыночным риском:

$$\mu_i = r_f + \beta_i \cdot (r_m - r_f), \beta_i = \frac{\text{cov}(r_i, r_m)}{(\sigma_m)^2},$$

где  $\mu_i$  – ожидаемая доходность  $i$ -го актива;  
 $r_f$  – доходность по безрисковому активу;  
 $\beta_i$  – коэффициент бета, который отражает чувствительность реакции стоимости

актива на изменение доходности рынка и представляет собой отношение ковариации доходности актива с доходностью всего рынка ( $\text{cov}(r_i, r_m)$ ) к дисперсии доходности всего рынка ( $(\sigma_m)^2$ );

$r_m$  – среднерыночная доходность.

Рассчитанный таким образом коэффициент бета, однако, не имеет должной устойчивости. Поэтому для прогнозирования применяют так называемый скорректированный коэффициент:

$$\tilde{\beta}_i = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \beta_i.$$

Последняя формула была получена М. Блюмом в 1971 г.

Заметим, что изменение цены акции при этом описывает стохастический процесс с непрерывным временем. Точнее, для моделирования цены акции используется формула Ито [2]:

$$\frac{dS}{S} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dZ, \quad (1)$$

где  $S$  – цена акции в момент времени  $t$ ;

$\sigma$  – волатильность цены;

$dZ$  – виннеровский процесс.

Фондовый рынок, очевидно, характеризуют большие объемы данных. Проблему неопределенности, возникающую при обработке таких объемов, помогает решить оценка рисков. Различают следующие виды рыночного риска: процентный риск (interest rate risk), валютный риск (foreign exchange risk), риск колебаний рыночных цен товаров (commodity price risk), риск колебаний цен акций (equity price risk), риск производных инструментов (derivative risk). Как в качестве непосредственной меры риска, так и в качестве одной из важных величин, применяемых в более сложных методиках измерения риска на фондовом рынке, используется волатильность (volatility). Мерой риска удобнее считать волатильность доходности, поскольку величина дохода зависит от размера или стоимости актива на начало и конец отчетного периода, а также от характера изменения этой стоимости в течение всего отчетного периода. Основ-

ная причина, по которой работа с доходностями активов предпочтительнее, чем с непосредственными ценами активов, заключается в том, что доходности имеют более привлекательные статистические свойства. Кроме того, доходности (относительные и логарифмические) часто предпочитают абсолютным изменениям стоимости, поскольку последние не показывают изменения относительно некоторого заданного ценового уровня. Преимуществом же логарифмической доходности является то, что она очень легко применяется для множества периодов.

В сущности, волатильность – это мера неопределенности инвестиции. Любое движение цены может быть разбито на две части: ожидаемое движение цены и некоторая ее случайная составляющая – волатильность. Предсказуемая часть движения цены описывается понятием ожидаемой доходности. Для ее вычисления применяются различные методы. В частности, для этой цели мы будем использовать модель САРМ. Волатильность является случайной составляющей изменения доходности финансового инструмента и в соответствии с формулой Ито (1) вычисляется следующим образом:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t, \quad (2)$$

где  $r_t$  – логарифмическая доходность, вычисляемая по формуле  $r_t = \ln(P_t/P_{t-1})$ , где  $P_t$  – стоимость финансового инструмента в момент времени  $t$ ;

$\varepsilon_t$  – волатильность – случайная величина (временной ряд) с нулевым математическим ожиданием, которая описывается дисперсией.

То есть движение цены за некоторый интервал рассматривается как некое планируемое трендовое движение и случайное отклонение от тренда, определяемое волатильностью. Другим способом введения понятия «волатильность» является ее прямое определение как среднеквадратическое отклонение вероятностного распределения доходности.

Разберем один из основных способов моделирования волатильности.

Будем рассматривать волатильность как нормально распределенную случайную величину с дисперсией, равной дисперсии доходности за временной интервал (шаг во времени, согласно которому формируется выборка). По методу SMA (Simple Moving Average) оценкой волатильности будет служить стандартное отклонение, рассчитанное по некоторой исторической выборке:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T \left( r_t - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t \right)^2}{T-1}},$$

где  $T$  – длина исторической выборки.

Проиллюстрируем сказанное на примере. Возьмем компанию «Аэрофлот». В качестве исходного материала с сайта finam.ru берем котировки акций компании. В качестве рыночной доходности будем рассматривать изменения индекса РТС (RTSI), также это может быть индекс ММВБ (MICEX). Заметим, что для корректной оценки количество актуальных данных должно быть не менее 250 значений. Нами были взяты ежедневные котировки акций и индекса за 1 год начиная с 1 июля 2015 г. по 1 июля 2016 г. Заметим, что чем больший временной отрезок выбирается для рассмотрения, тем точнее будет оценка коэффициента бета. Далее необходимо рассчитать текущую доходность акции и индекса по формуле

$$r = \frac{P_1 - P_0}{P_0},$$

где  $P_1$  – цена продажи акции;

$P_0$  – цена покупки акции.

Результаты расчета приведены в табл. 1.

Теперь получим оценку коэффициента бета. Для этого подсчитаем ковариацию доходностей акций «Аэрофлот» и рынка, а также дисперсию доходности рынка (индекса РТС). В результате получаем точную оценку бета:

$$\beta = 0,237181381.$$

Коэффициент  $\beta$  характеризует риск ценной бумаги (по отношению к рынку в целом), который берет на себя инвестор,

владеющий этой бумагой. Следовательно, нам необходимо сравнить доходность акций компании «Аэрофлот» с доходностью

индекса РТС, который для нас в данном случае служит эталоном.

Т а б л и ц а 1

Доходность индекса и ценной бумаги

Дата	Котировки акций компании «Аэрофлот» (AFLT)	Котировки индекса RTSI	Доходность акций AFLT	Доходность индекса RTSI
01.07.2015	37,3	930,66	-0,008042895	0,001482819
02.07.2015	37,00	932,04	0,001351351	-0,013336337
03.07.2015	37,05	919,61	-0,01025641	-0,018192495
06.07.2015	36,67	902,88	0,00218162	-0,018939394
07.07.2015	36,75	885,78	0,034013605	-0,011413669
08.07.2015	38	875,67	0,001315789	0,016090536
09.07.2015	38,05	889,76	0,000525624	0,017352994
...	...	...	...	...
29.06.2016	83,41	905,36	0,025056948	0,028706813
30.06.2016	85,5	931,35	0,006081871	-0,000622752
01.07.2016	86,02	930,77		

Мы получили, что  $\beta = 0,237181381$ , следовательно, акции компании «Аэрофлот» примерно в 4,5 раза менее рискованны, чем индекс, с которым мы ее сравнили. Это означает, что если индекс РТС упадет на 9%, то акции компании «Аэрофлот» – всего лишь на 2%. Отметим также, что риск связан с доходностью. Бумаги компании «Аэрофлот» действительно не будут много терять при падении рынка. Однако они также не будут приносить высокий доход при росте рынка (соответственно, в пять раз меньше, чем рынок).

Как и большинство инструментов финансового анализа и прогнозирования, коэффициент  $\beta$  не может полностью предсказать будущую ситуацию на рынке. Фактически он характеризует волатильность ценной бумаги в прошлом. На основании этого мы прогнозируем будущую волатильность, естественно, не слишком точно.

Коэффициент  $\beta$  может резко меняться от года к году, следовательно, значения коэффициента за прошлые годы – не всегда точный способ предсказать текущую волатильность. А это в свою очередь говорит о том, что мы не можем спрогнозировать движение бумаги в будущем.

В соответствии с замечанием о необходимости корректировки коэффициента  $\beta$  пересчитаем его (и ожидаемую доходность) по методу М. Блюма. Получаем

$$\beta = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot 0,237181 = 0,491454254.$$

Подсчитаем ожидаемую доходность акции «Аэрофлот» в модели CAPM. Имеем  $\mu(0,491454254) = 0,1013 + 0,491454254 \cdot (0,000233868 - 0,1013) = 0,51630619$ .

Оценим волатильность по методу SMA (табл. 2).

Теперь у нас есть все для того, чтобы произвести моделирование цены акции методом Монте-Карло. Моделирование стохастического процесса с помощью метода Монте-Карло – это процедура выбора случайных значений процесса. Ранее мы получили, что ожидаемая доходность составляет 5%, а волатильность – 47%. Следовательно, в формуле (1)  $\mu = 0,05$ ;  $\sigma = 0,47$ . В нашем случае  $\Delta t = 0,00274$  (1 день). Из формулы (1) получаем

$$\Delta S = 0,05 \cdot 0,00274 \cdot S + 0,47 \cdot \sqrt{0,00274} \cdot S \cdot \varepsilon$$

или

$$\Delta S = 0,00014 \cdot S + 0,0246 \cdot S \cdot \varepsilon. \quad (3)$$

Оценка волатильности по методу SMA

Дата	Котировки акций компании «Аэрофлот»	Логарифмическая доходность (ЛД): $r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$	ЛД - СЛД	(ЛД - СЛД) <sup>2</sup>
01.07.2000	4,7	0,519300251	0,336160954	0,113004187
01.07.2001	7,9	0,090696561	-0,092442735	0,008545659
01.07.2002	8,65	0,249385787	0,066246491	0,004388598
01.07.2003	11,1	0,975748802	0,792609505	0,628229827
01.07.2004	29,45	0,361856741	0,178717445	0,031939925
01.07.2005	42,29	0,167672334	-0,015466963	0,000239227
01.07.2006	50,01	0,336129389	0,152990093	0,023405968
01.07.2007	69,99	0,027062962	-0,156076334	0,024359822
01.07.2008	71,91	-0,827652486	-1,010791783	1,021700029
01.07.2009	31,43	0,657851304	0,474712007	0,22535149
01.07.2010	60,68	0,144023292	-0,039116005	0,001530062
01.07.2011	70,08	-0,51721969	-0,700358987	0,490502711
01.07.2012	41,78	0,31692944	0,133790143	0,017899802
01.07.2013	57,36	-0,126384251	-0,309523548	0,095804827
01.07.2014	50,55	-0,250466971	-0,433606267	0,188014395
01.07.2015	39,35	0,805295282	0,622155985	0,38707807
01.07.2016	88,04			
Сумма всех логарифмических доходностей: $\sum_{t=1}^T r_t$	2,930228748		Сумма квадратов разностей ЛД - СЛД: $\sum_{t=1}^T (r_t - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t)^2$	3,261994599
Длина исторической выборки (во временных интервалах) (T)	16		Сумма квадратов разностей (ЛД - СЛД) / (Количество временных интервалов - 1): $\sum_{t=1}^T \frac{(r_t - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t)^2}{T - 1}$	0,217466307
Средняя логарифмическая доходность (СЛД): $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t$	0,183139297		Оценка волатильности: $\bar{\sigma} = \sqrt{\sum_{t=1}^T \frac{(r_t - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t)^2}{T - 1}}$	0,466332828

Траекторию цены можно смоделировать, выбирая значения  $\epsilon$  из совокупности чисел, имеющих стандартное нормальное распределение, и подставляя их в (3). Результаты представлены на рисунке. Количество траекторий зависит от требуемой

точности. Неопределенность обратно пропорциональна квадратному корню из количества траекторий. Следовательно, для удвоения точности необходимо увеличить количество траекторий в четыре раза, для десятикратного увеличения - в 100 раз.

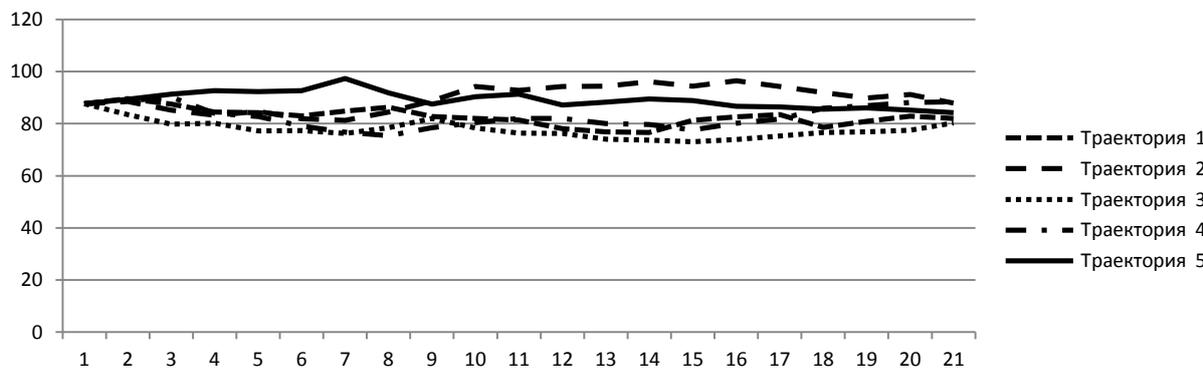


Рис. Траектории движения акции

Ожидаемая доходность акций «Аэрофлот» оказалась ниже, чем доходность по безрисковому активу (примерно 5% против 10%). При этом рынок показывает практически нулевую доходность, означающую, что наблюдается кризис, который приводит к оттоку капитала и созданию неустойчивой инвестиционной среды. Оценка волатильности составила 47%, что вписывается в стандарты (от 15 до 60%). Моделирование траекторий свидетельствует, что ожидаемый диапазон цен – от 80 до 100 рублей. С вероятностью 60% ожидается падение цены примерно на 5–10%, с вероятностью 40%

цена акции останется на прежнем уровне. Как мы видим, на данный момент нет никаких предпосылок для роста акций компании «Аэрофлот».

Актуальность продемонстрированного подхода обусловлена тем, что современные экономические условия предъявляют повышенные требования к уровню подготовки квалифицированных кадров, предполагающие свободное владение аппаратом финансового анализа, которое приобретается только посредством решения множества реальных задач.

#### Список литературы

1. Мочалина Е. П., Маслякова И. Н. Модель оценивания уровня знаний студента // Вестник Российского экономического университета имени Г. В. Плеханова. – 2015. – № 4 (82). – С. 63–68.
2. Мочалина Е. П., Маслякова И. Н., Иванкова Г. В., Татарников О. В. Совместное оценивание уровня подготовки и сложности задания // Сборник трудов Международной научной конференции под эгидой премьер-министра РА Овика Абраамяна «Образование, наука и экономика в вузах и школах. Интеграция в международное образовательное пространство». – Горис, 2015. – С. 147–152.
3. Мушруб М. В., Максименко М. Н., Фадеева Л. Л., Выборнова И. И. Алгоритмический подход к преподаванию теории графов // Инновации и инвестиции. – 2016. – № 6. – С. 202–208.
4. Халл Дж. К. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. – М. : Вильямс, 2013.

#### References

1. Mochalina E. P., Maslyakova I. N. Model' otsenivaniya urovnya znaniy studenta [Assessment Model of Student's Level of Knowledge]. *Vestnik Rossiyskogo ekonomicheskogo universiteta imeni G. V. Plekhanova* [Vestnik of the Plekhanov Russian University of Economics], 2015, No. 4 (82), pp. 63–68. (In Russ.).
2. Mochalina E. P., Maslyakova I. N., Ivankova G. V., Tatarnikov O. V. Sovmestnoe otsenivanie urovnya podgotovki i slozhnosti zadaniya [Joint Assessment of the Training Level and the Complexity of Assignment]. *Sbornik trudov Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii pod egidoy prem'er-ministra RA Ovika Abraamyana «Obrazovanie, nauka i ekonomika v vuzakh i shkolakh. Integratsiya v mezhdunarodnoe obrazovatel'noe prostranstvo»* [Publications of International Scientific Conference 'Education, science and economics at universities and schools. Integration to the international educational area']. Goris, 2015, pp. 147–152. (In Russ.).
3. Mushrub M. V., Maksimenko M. N., Fadeeva L. L., Vybornova I. I. Algoritmicheskiy podkhod k prepodavaniyu teorii grafov [An Algorithmic Approach to Teaching the Theory of Graphs]. *Innovatsii i investitsii* [Innovations and Investments], 2016, No. 6, pp. 202–208. (In Russ.).
4. Hull J. C. Optsiony, fyuchersy i drugie proizvodnye finansovye instrument [Options, Futures and other derivatives]. Moscow, Vil'yams, 2013. (In Russ.).